ZEITSCHRIFT

FÜR PHYSIK UND MATHEMATIK.

PHYSIKALISCHE ABTHEILUNG.

I. Ueber Schwefel und Azot-Gehalt einiger Vegetabilien. Vom Professor Pleischl in Prag.

Schon früher wurde in Kastner's Archiv B. 4 S. 420 und Schweigger's Journal B. 43 S. 491 gesagt, dass einige Pflanzensubstanzen, von welchen man es gar nicht vermuthete, Schwefel und Azot in ihrer Mischung enthalten; ich nannte dort einige namentlich, kann ihnen jetzt noch mehrere beifügen und glaube nichts Ueberflüssiges zu thun, wenn ich meine weitern Versuche anzeige.

Zwar haben andere Naturforscher lange vor mir die Gegenwart des Schwefels im Pflanzenreiche dargethan, indem sie nachwiesen, dass in der Asche der meisten Pflanzen schwefelsaure Salze vorhanden sind: allein diesen Schwefel meine ich hier nicht, sondern denjenigen, der bei der zerstörenden Destillation als hydrothionsaures Gas entweicht. Doch auch hier habe ich schon Vorgänger, indem Wildenow in der 2ten Ausgabe seines Grundrisses der Kräu-

terkunde §. 229 vom Jahre 1799 schon anmerkt, dass die Wurzeln des Rumex Patientia L. Schwefel in Substanz enthalten; denn als die geschabten Wurzeln gekocht und abgeschäumt wurden, zeigte sich in dem der Ruhe überlassenen Schaume. Schwefel. Es ist nicht zu vermuthen, dass hier eine Täuschung Statt gefunden habe, da der Schwefel so leicht zu erkennen ist.

Fourcroy und Vauquelin *) beschäftigten sich auch mit verschiedenen Getreidearten. Was von ihrer Arbeit hierher gehört, ist Folgendes über den Weizenkleber:

»Auf diese zweite Gährung, in der Ammoniak ge-
»bildet wurde, das die Säure sättigte, enthält der Kle-
»ber eine violette Purpurfarbe und auf dem Wasser
»bildet sich ein eben so gefärbtes Häutchen, er wird
»sehr stinkend, geht nachher in schwärzliches Grün
»über, und verbreitet dann bald denselben Geruch wie
»faulende schleimige Membranen. In diesem Zeit-
»puncte ist das darüber stehende Wasser schwärzlich
»und trübe, es fällt das salpetersaure Silber braun,
»das salpetersaure Quecksilberoxydul schwarz, und
»verliert dabei selbst seine Farbe; oxydirte Salzsäure
»macht es milchig und geruchlos, Galläpfelaufguss
»fällt es nicht mehr.«

Obschon sie selbst die Bedeutung dieser Erscheinungen übersehen zu haben scheinen, indem sie nirgends von Hydrothionsäure, Schwefelwasserstoff, als der Ursache des braunen und schwarzen Niederschlags des Silbers und Quecksilbers reden; so ist es doch of-

---

*) Gehlens Journal f. d. Chem. u. Physik 2. 378.

fenbar, dass sich hier Hydrothionsäure aus dem Schwefel des Klebers gebildet hatte, welche die genannten Erscheinungen bewirkte und durch die oxydirte Salzsäure (Chlor) unter Ausscheidung des Schwefels zersetzt wurde, obschon letztere Erscheinung (das Milchig werden der Flüssigkeit durch Chlor) auch andere Ursachen haben konnte.

Das Lupinenmehl (l. c. S. 391) destillirten sie in einer Retorte, erhielten krystallisirtes kohlensaures Ammoniak, von Hydrothionsäure aber erwähnen sie nichts.

Die schätzbaren Arbeiten Einhof's über die Cerealien in Gehlen's Journal sind mir nicht unbekannt, und ich habe sie anderswo *) dankbar benützt, aber über Schwefelgehalt der Getreidefrüchte nichts gefunden; es kommt sogar ein Versuch vor, der für Abwesenheit des Schwefels in der thierisch-vegetabilischen Materie der Hülsenfrüchte spricht: denn Einhof**) erzählt, dass diese Substanz mit Wasser angerührt und an einen warmen Ort gestellt, in eine stinkende Faulniss überging, dass sich aus der faulenden Masse durch Kalk ein starker Geruch nach Ammoniak entwickelte; eine hineingelegte silberne Münze jedoch ihren eigenthümlichen Glanz nicht verlor.

Proust ***) hat über das grüne Satzmehl der Pflanzen arbeitend, welches er für Kleber ansieht,

---

*) Neue Schriften der k. k. patriot.-ökonom. Gesellschaft im Königreiche Böhmen B. 1 S. 120, über das Brotbacken aus dem Mehle des ausgewachsenen Getreides etc.

**) Gehlens neues allgem. Journal d. Chemie B. 6 S. 128.

***) Gehlen's neues allgemeines Journal d. Chemie 1. 502.

beobachtet, dass eine kalische Auflösung dieses Saztmehles alle Kennzeichen der Auflösung einer thierischen Substanz habe, dass sie Ammoniak ausdünste, in einer silbernen Pfanne erhitzt, dieselbe schwärze, und auf Zusatz von Säuren Dünste entwickle, welche metallische Schriften verdunkeln.

Proust folgert aus diesen Ergebnissen zwar nicht weiter, aber es folgt, dass sich hier Hydrothionsäure entwickelte und die genannten Erscheinungen bewirkte, im grünen Satzmehl daher Schwefel enthalten sey. In einer spätern Arbeit *) »über das Princip, welches die Käse würzet“ bemerkt Proust, dass der Kleber, nachdem er mehrere Perioden der Gährung durchgegangen, mit Wasser gewaschen, diesen die Eigenschaft ertheile, ein silbernes Becken beim Abdämpfen zu schwärzen, wegen dem vorhandenen Schwefelhydrogen.

Der Same des Senfs wurde von mehreren Chemikern untersucht, und Schwefel darin gefunden. Barmé erhielt sogar aus dem mit dem scharfen Stoffe des Rettigs und des Löffelkrauts gesättigten Alkohol nach Verlauf mehrerer Monate Schwefel in Krystallen und Deyeux erhielt ein gleiches Resultat.

Planche **) beobachtete, dass von etwa 50 verschiedenen Pflanzen mehr als zwei Drittheile sowohl geruchlose als ein äthcrisches Oel liefernde Vegetabilien deutliche Spuren von Schwefel bei der Destillation zeigten.

---

*) Annal. de Chimie et de physique par M M Gay-Lussac et Arago Tom 10. pag. 35.

**) Journ. de Pharmac VIII 367 und Schweiggers Journ. 380.

Den meisten Schwefel geben die Blüthen von Hollunder, Linden und Pomeranzen, die blühenden Stengel von Ysop, Metilotenklee, Dragun und Raute. Die Samen von Dill, römischen und gemeinen Kümmel und von Fenchel, ferner Gewürznelken und die ganze Pflanze von Parätaria und Mercurialis.

Wenig Schwefel: die blühenden Stengel von Melisse, Rosmarin, weissen Andorn, Potentilla anserina, Portulak, Boretsch und Wermuth, die Blätter des Gartenlattichs, die Blumenkronen der Centifolie und die Samen des Anis.

Spuren von Schwefel zeigten: Plantago, Schoellkraut und Agrimonia; Blätter und Blumen von lactuca virosa, die Blumenkronen des wilden Mohns, die Wasserfenchelsamen und die blühenden Stengel von Körbel und Gartenschierling.

Ohne Schwefelgehalt fand Planche die blühenden Stängel von Kornblumen, Matricaria, Nachtschatten, Benedicten, Beifuss, Euphrasia und Centaurea, die Blumen von Huflattig, römischen Kamillen und Lilien, die Erdbeeren und Himbeeren, die Zimmt-, Macis- und Muscaten-Rinden, Piment und Wachholderbeeren.

Planche destillirte etwa 20 Kilogrammen (nahe 47,6 Pfunde Medicinal - Gewicht), der genannten Vegetabilien mit dem nöthigen Wasser, und hing in den Helm des Apparates mit Bleizucker getränkte Leinwand oder blanke Kupferbleche; die Leinwand schwärzte sich, wenn Schwefel zugegen war, und von den dunkelgrau gewordenen Kupfer konnte man mit Scheidewasser eine schwärzliche Substanz abkochen,

woraus bei der Erhitzung in einer kleinen Röhre Schwefel sublimirte.

Vogel *) fand in den Sellerieblättern (Apium graveolens), unverkennbare Spuren von Schwefel, als er diese Blätter mit dem 10fachen Gewichte Wasser einer Destillation unterwarf, und in den oberen Theil des Helmes einige mit essigsaurem Blei benetzte Papierstreifen aufhängte; denn diese Papierstreifen fand er nach beendigter Operation metallisch glänzend.

Die neueste hierher gehörende Untersuchung, welche mir aber erst lange nach Beendigung meiner Versuche bekannt wurde, haben die Herren Henry, Sohn, und Garet **) angestellt, und in dem fetten Oehle aus dem Samen des gelben und wilden Senfs eine eigenthümliche saure Substanz gefunden, welche in 100 Gewichtstheilen 17,33 Schwefel enthält, und welche sie daher Schwefelsenfsäure nennen.

So viel über das Geschichtliche; ich komme nun zu meinen Versuchen.

Ich wollte die gasförmigen Producte, welche bei der trockenen Destillation der vegetabilischen Körper entweichen, etwas näher kennen lernen, weil es mir wahrscheinlich war, dass dasjenige, was chemische Schriftsteller unter dem allgemeinen Ausdrucke: „brennbares Gas" begreifen, etwas verschieden seyn könne und müsse.

Der Apparat war der Woulfe'sche. In der ersten Flasche befand sich etwas Wasser zum Absperren der Sicherheitsröhre beim Beginnen der Destil-

---

*) Schweiggers Journ. 37. 365.

**) Berliner Jahrbüch. Jahrg. 28. 1. 42. u. s. f.

lation, in der zweiten Flasche mehr Wasser, in der dritten Alkohol, und der letzte Hals stand mit der pneumatischen Wanne in Verbindung.

Zuerst unterwarf ich Weitzenmehl einer zerstörenden Destillation. In der erhaltenen Luft erlosch ein brennendes Kerzchen, und der Geruch nach Hydrothionsäure war bemerkbar.

Ein in essigsaures Blei getauchter Papierstreifen wurde schwärzlich braun gefärbt; in salpetersaures Blei getaucht, wurde er bläulich und metallisch glänzend.

Mit schwefelsaurem Kupfer getränkt, färbte der Papierstreifen sich braun; mit salpetersaurem Wismuth dunkelbraun; mit salpetersaurem Merkurprotoxyd schwarz; mit salpetersaurem Silberoxyd schwarz und glänzend; mit arseniger Säure gelb und glänzend. Die Gegenwart von Hydrothionsäure und somit auch des Schwefels war also vollständig nachgewiesen.

Bei der Wiederhohlung dieses Versuches wendete man in einer vierten Flasche noch eine wässerige Lösung des essigsauren Bleioxydes an, welche mit etwas Essigsäure versetzt war, um die Fällung des Bleioxydes durch die Kohlensäure zu verhindern, damit die Hydrothionsäure zersetzt und Schwefelblei gebildet werde. Der entstandene schwarze Niederschlag auf ein Filter gesammelt, gewaschen, getrocknet, und mit Salpersäure behandelt, liess einen grauweissen Rückstand, der gewaschen und getrocknet, sich auf glühenden Kohlen u. s. w. wie Schwefel verhielt.

In der Asche fand ich noch schwefelsaure und phosphorsaure Salze.

Auf diese Weise habe ich in den Samenkörnern folgender Cerealien und Nahrungsmittel Schwefel gefunden, als:

im Weizen,	Triticum vulgare.
Korn, Roggen,	Secale, cereale.
Haber,	Avena sativa.
in der Gerste	Hordeum vulgare.
Hirse,	Panicum miliaceum.
im Reis,	Oryza sativa.
Mais,	Zea Mais.
in den Erbsen,	Pisum sativum.
Linsen,	Ervum lens.
in den Bohnen,	Vicia faba, Lin.; Faba vulgaris, Lam.
im Schwaden, Himmelsthau,	Panicum sanguinale, Lin.; Digitaria sanguinalis, Scop.

Die Menge des Pflanzenstoffes betrug hier jedesmal zwei Seidel, und die Menge des erhaltenen Schwefelbleies war verhältnissmässig gross.

Zwar hat Proust im Kleber des Weizens, und Braconnot *) im Reis Spuren von Schwefel gefunden; nach meinen Versuchen sind es aber nicht blosse Spuren, sondern der Schwefel ist aus den genannten Getreidearten als Schwefelblei darstellbar.

Von einem Pfunde der frischen, gewaschenen und geschabten Kartoffeln (Erdäpfeln, Solanum tu-

*) Annal. de Chim. et de Phys. Tom. 4. p. 370. u. s. f. und Tromsdorf Journ. 2. 2. 116.

berosum), habe ich bei der trockenen Destillation verhältnissmässig nur einen geringen, schwarzen Niederschlag erhalten. Die Samen (16 Loth) von

Brabanter Klee,	Trifolium pratense.
Luzerner Klee,	Medicago sativa.
Esparsette,	Hedysarum onobrychis.

gaben viel Schwefelblei; weniger als die vorigen gaben die Samen vom weissen Klee, Trifolium repens. Astragalus baeticus lieferte ebenfalls einen ziemlich bedeutenden Niederschlag von Schwefelblei.

Auch in mehreren officinellen Pflanzen und Pflanzentheilen habe ich auf diese Weise Schwefel gefunden: als in der Wurzel und den Blättern der Althäa officinalis (Eibisch); in dem Kraut der Malva sylvestris und rotundifolia (Käsepappel); in den Blättern und Blüthen des Wollkrauts (Verbascum thapsus); in der Wurzel von Polypodium vulgare, Steinwurzel; in der Manna; in dem arabischen Gummi, und Traganthgummi, und im Salep, obwohl das erhaltene Schwefelblei nicht viel betrug, und jedesmal 8 Unzen der Pflanzenstoffe zum Versuche angewendet wurden.

Auch bei den folgenden Wurzeln fand man in der Bleiauflösung einen schwarzen Niederschlag von Schwefelblei, der bei gleicher Menge der angewendeten Körper (8 Unzen) viel mehr betrug als in den vorigen Fällen. In der Wurzel von

Triticum repens,	Graswurzel, gramen.
Leontodon Taraxacum,	Löwenzahn.
Cichoreum Intybus,	Wegwart.
Arctium lappa et Bardana,	Klette, Bardana.

Symphytum officinale,	Schwarzwurzel.
Saponaria officinalis,	Seifenkraut.
Glycyrrhiza glabra,	Süssholz, Liquiritia.
Sassaparilla,	Sassaparille.
Marunta galanga,	Galgant, galanga.
Carex arenaria,	Sandriedgras, Carex

gab einen geringen, aber schön schwarzen Bleiniederschlag.

Die herba saponaria zeigte in der Bleilösung einen bedeutenden schwarzen Niederschlag.

Die China regia gab bei der trockenen Destillation nur wenig Schwefelblei. Eben so verhielt sich Arow-root und Manna. Amylum, welches vorher mit Essigsäure gewaschen wurde, um den Kleber gänzlich zu entfernen, gab keine Spur von Schwefelblei; eben so verhielt sich Milchzucker, saccharum lactis.

Die Gegenwart des Schwefels in den meisten der oben genannten Vegetabilien ist durch vorstehende Versuche erwiesen, es frägt sich nur, in welchem Zustande befindet sich dieser bei der trockenen Destillation als Hydrothionsäure ausgeschiedene Schwefel in den Pflanzensubstanzen.

Man könnte zwar glauben, der Schwefel sey als Schwefelsäure mit Basen verbunden in den Pflanzen zugegen, und diese Schwefelsäure werde bei der trockenen Destillation durch den Kohlenstoff und Wasserstoff der Pflanzensubstanzen eben so zerlegt, als wenn schwefelsaure Alkalien, mit Kohle gemengt, geglüht werden. Allein dieser Annahme steht erstens der Umstand entgegen, dass in der Asche noch immer schwefelsaure Salze, als schwefelsaures Kali oder Na-

tron angetroffen werden, vorzüglich aber zweitens, dass bei der Zerlegung schwefelsaurer Salze durch Kohle im verschlossenen Raume verhältnissmässig nur wenig Hydrothionsäure entweicht, wie mich ein Versuch der Art belehrte, in welchem schwefelsaures Kali, mit Kohle gemengt, in einer gläsernen Retorte geglüht wurde, welche mit dem Woulfe'schen Apparat in Verbindung stand, und eine Flasche desselben essigsaures Blei gelöst, enthielt.

Oder soll man annehmen, dass der Schwefel mit einigen andern einfachen Stoffen zu eigenthümlichen organischen Verbindungen vereinigt sey. Wenn man diese Annahme auch für einige besondere Fälle zugestehen muss, wie z. B. bei der Schwefelsenfsäure, wie die Herren Henry und Garet *) bewiesen haben, so dürfte doch eine solche Behauptung bei den hier untersuchten Vegetabilien nicht Statt finden. Eben so wenig dürfte das Gegentheil — dass der Schwefel in Substanz, und von den übrigen Stoffen abgesondert, in den Vegetabilien vorhanden sey — in den vorliegenden Fällen anzunehmen seyn.

Wenn auch nicht geläugnet werden kann, dass in den Vegetabilien gebildete schwefelsaure Salze vorhanden sind, so dürfte man sich vielleicht doch am wenigsten von der Wahrheit entfernen, wenn man glaubt, dass der bei der zerstörenden Destillation als Hydrothionsäure ausgeschiedene Schwefel in den Vegetabilien eben so mit allen übrigen vorhandenen Einfachen zu einem organischen Ganzen verbunden sey, als dieses mit dem Wasserstoff, Kohlenstoff u. s.

---

*) Berliner Jahrb. Jahrg. 28. 42 u. s. f.

w. der Fall ist. Und hieraus dürfte sich auch die ausgezeichnete Wirkung des Gypses auf die Schottenfrüchte zum Theil erklären lassen, indem es wahrscheinlich ist, dass der durch verschiedene chemische Anziehungen aus der Schwefelsäure des schwefelsauren Kalkes, des Gypses, ausgeschiedene Schwefel als Nahrung in dieselben übergeht.

Bei den oben angeführten Versuchen machte ich noch eine andere Beobachtung, welche sich theils an schon bekannte Thatsachen anreihet, theils aber neue Resultate liefert.

Dass aus einigen Pflanzen durch eine schickliche Behandlung flüchtiges Laugensalz erhalten werden könne, wusste schon Sylvius de la Boe, der 1672 zu Leiden starb; namentlich wusste er diess vom Löffelkraut (Cochlearia) und einigen anderen antiscorbutischen Pflanzen.

Daniel Coxe *) beschrieb schon 1674 seine Methode, flüchtiges Laugensalz aus Pflanzen zu ziehen. Er liess eine Menge Blätter in einen Haufen zusammen packen, sie wurden bald heiss, faulten und gingen in eine breiartige Substanz über. Dann wurden Kugeln daraus geformt, und diese in kleinen Retorten destillirt Coxe erhielt dadurch neben Oehl und wässeriger Feuchtigkeit ein flüchtiges Laugensalz, welches nach einigen Rectificationen von anderm rectificirten Salmiakgeist nicht unterschieden werden konnte.

---

*) v. Crells chem Archiv 1. 41.
Brandes Repert. 1. 196.

Eine grosse Menge Pflanzen, die er so behandelte, gaben ihm sämmtlich dieses Salz, z. B. Ruta, Salvia officinalis, Ranunculus Ficaria (Ficaria ranunculoides), Chelidonium majus, Cardanus benedictus (Centaurea benedicta); Chenopodium vulvaria (Olidum), Tabak, Cochlearia officinalis, Euphorbia Helioscopia, Melisse, Münze, mehrere Rumex- und Grasarten, Hollunderblumen *), Poeonia, Satureja hortensis, Primula veris, Dianthus caryophyllus u. a.

Mehrere Pflanzen, die viel kalische Asche liefern, als: Artemisia Absynthium und A. vulgaris, gaben durch diese Gährung u. s. w. eine grosse Menge flüchtiges Laugensalz. Aus mehreren andern Pflanzen, als: Safran, Tabak, verschiedenen Moosen, erhielt Coxe auch ohne vorhergegangene Fäulniss, Salmiakgeist. Wedel und Hiärne fanden in den Blumen der Nymphäa **), in dem Safte, den Blättern und den Blumen des Flieders Ammoniak.

J. M. Hoffmann erhielt aus gefaulter Melisse durch trockene Destillation flüchtiges Salz.

Demeste fand im Senf und mehreren kreuzförmigen Blumen Ammoniak, und Bonvoisin im Knoblauch flüchtiges Laugensalz.

Spielmann entdeckte Ammoniak in den meisten antiscorbutischen kressenartigen Pflanzen; Link ***)

---

*) H. Gleitsmann zeigte durch mehrere Versuche, dass Ammoniak ein Bestandtheil des Hollunderblüthenwassers sey, in Kastners Archiv. B. 8. 2. 224.

**) In der Wurzel der Nymphäa alba fand Morin eine vegetabilisch animalische Substanz. Journ. de Pharm. 10. 450. Schweiggers Journ. 34. 265.

***) Schweiggers Journ. B. 13. 189.

erhielt aus Eibisch-Extract durch trockene Destillation Ammoniak; Brandes *) fand es in den Blättern der Belladonna (Atropium Belladona); Lindbergson **) glaubt, dass die alkalische Reaction des Morphins von freiem Ammoniak, welches durch Zersetzung des Morphiums gebildet werde, herrühre.

Dulong***) fand in dem langen Pfeffer Piper longum L. eine azothaltige Substanz, welche mit der von Vauquelin in den Cubeben gefundenen extractartigen Materie beinahe gleich war, und durch den Azotgehalt sich davon unterschied. Hüttenschmidt †) schied aus dem Cortex geoffroyae aus Jamaika eine krystallisirbare Substanz, er nennt sie Jamaicin, welches bei der trockenen Destillation eine ammoniakhaltige Flüssigkeit liefert. Das Surinamin aus der surinamischen Wurmrinde verhielt sich eben so. Geiger ††), der durch eine vergleichende chemische Untersuchung es ganz ausser Zweifel setzte, dass die bekannten Lieber'schen Kräuter mit der Galeophis villosa, Smith: (galeophis grandiflora, Roth und Wildenow) vollkommen übereinkommen, erhielt aus dieser Pflanze ein braunes ziemlich stickstoffhaltiges Extract.

Theodor v. Saussure †††) hat in mehreren fet-

---

*) Schweiggers Journ. B. 28. 29.

**) Schweiggers Journ. B. 42. 308. u. s. w.

***) Journ. d. Pharm. 11. 52 Berlin Jahrb. f. d. Pharmac. Jahrg. 27 St. 2. 115.

†) Geiger's Magazin B. 7. 25 u. s. f.

††) Magazin f. d. Pharm. B. 7. 17. B. 8. 204 etc.

†††) Annal de chemie et Phys. 13. 259. u. s. f.

ten und ätherischen Oelen geringe Mengen von Azot gefunden.

Es würde zu weit führen, die zahlreichen Pflanzenanalysen, welche in der neuesten Zeit gemacht worden sind, hier alle aufzuführen, aber ein sehr merkwürdiges Vorkommen oder, richtiger zu sagen, eine merkwürdige Bildung des Ammoniaks während des Lebens einiger Vegetabilien darf nicht mit Stillschweigen übergangen werden. Die Herrn Chevallier und Lassaigne*) haben bemerkt, dass Chenopodium alidum (in der 15ten Ausgabe des Linneischen Systema Vegetabilium, welche Persoon 1797 besorgte heisst es, schon bei Chenopos Vulvaria: Sub nomine honestiore et potius assumendo: Chenop. alidum.) während des Lebens Ammoniak ausdünste. Um dieses zu beweisen, stellten sie einen Blumentopf, in welchem zwei Pflanzen Chenop. alidum vegetirten, unter einem Trichter, so dass die Dünste, welche sich aus den Pflanzen entwickelten, durch die Röhre des Trichters gehen mussten und von hier aus durch eine luftdicht schliesende Röhre in eine Flasche, in welcher verdünnte Salzsäure war, geleitet wurden; um den Zutritt der atmosphärischen Luft abzuhalten, war in der Flasche eine zweite mit Wasser abgesperrte Röhre angebracht.

Als die erste Röhre in die Salzsäure gebracht und eingetaucht wurde, entstanden alsogleich weisse

---

Anmerkung. In Buchners Repertorium B 10. S. 141 ist durch Druckfehler im Lavendelöl der Azotgehalt 13,07 angegeben, es muss aber heissen Sauerstoff 13,07 und Stickstoff 0,36.

*) Journ. d. pharm. Fev. 100. 824. daraus übersetzt in Trommsdorff. Neues Journ. B. 10 S. 2. 95.

Dämpfe, die sich auf der Oberfläche der Flüssigkeit verbreiteten und dann verschwanden. Bei der Untersuchung der Flüssigkeit fand man, dass sie wirklich salzsaures Ammoniak enthielt. Dieses beweisst, dass die Pflanze Chenopodium alidum während ihrer Vegetation ohne alle äussere Anregung Ammoniak aushaucht.

Gemeinschaftlich mit Boullay fand Chevallier, dass noch mehrere andere Blumen, selbst solche, welche sehr angenehm riechen, Ammoniak aushauchen.

Wenn einige Pflanzen schon während ihrer Vegetation Ammoniak ausdünsten: so darf es uns nicht wundern, wenn wir bei der Zerstörung vieler Pflanzen Ammoniak erhalten; viel früher jedoch als diese Versuche von Chevallier bekannt wurden, überraschte mich die Erscheinung eines stark alkalisch reagirenden Destillats vegetabilischer Körper, von denen man es gar nicht vermuthen sollte. So z. B. erhielt ich von der herba altheae und malvae ein stark alkalisch reagirendes Destillat, und in dem Halse der Retorte kohlensaures Ammoniak in Krystallen. Doch es dürfte nicht unwichtig seyn, die Versuche insbesonders anzuführen.

Bei den Getreidearten erhielt ich durch trockene Destillation auch kohlensaures Ammoniak; hier war es jedoch zu erwarten, da sie insgesammt Kleber, oder eine dem Kleber ähnliche Azothältige Substanz enthalten; allein bei der trockenen Destillation der Eibischwurzel überraschte mich das Erscheinen von Krystallen im Retortenhalse, welche Krystalle bei der Untersuchung als kohlensaures Ammoniak erkannt wurden.

Die radix althaeae dieses ersten Versuches war auf einem ehemaligen Kirchhofe gewachsen, es wäre daher möglich, dass der Ammoniakgehalt nur zufällig sich bei dieser Wurzel gefunden hätte; es wurde desswegen der Versuch mit Eibischwurzel aus der Gegend von Schweinfurt und aus Mähren wiederholt, aber auch hier zeigte sich eben so gut kohlensaures Ammoniak im Retortenhalse krystallisirt als im ersten Versuche. Der Azotgehalt der Eibischwurzel ist daher constant und keineswegs zufällig und vom Standorte abhängig. Als ich auch hierüber ältere Erfahrungen zu Rathe zog, fand ich, dass Hr. Link *) schon Ammoniak aus dem Eibischschleim durch trockene Destillation erhielt. Wenn aber Hr. Link glaubt, auch freies Ammoniak in der Flüssigkeit gefunden zu haben, so scheint es mir glaublicher, dass das Ammoniak, wo viele Kohlensäure sich bildet, sich mit derselben befindet, und noch in dieser Verbindung, wie bekannt, alkalisch reagirt.

Dass die in meinem Versuche erhaltenen Krystalle kohlensaures Ammoniak waren, zeigte das heftige Aufbrausen derselben bei Zusatz von stärkeren Säuren, ihre alkalische Reaction und die Ammoniakentwicklung beim Zusammenreiben mit Kalk.

Die brenzliche Flüssigkeit in der ersten Woulfeschen Flasche reagirte sauer, ein in Salzsäure getauchtes Glasstäbchen darüber gehalten, zeigte wie zu erwarten war, keine sichtbaren Dämpfe, welche jedoch bald zum Vorschein kamen, als Aetzkali hinzu gebracht wurde.

*) Schweigger's Journ. 13. 189.

Eine Portion gereinigter und zerschnittener Eibischwurzel wurde mit destillirtem Wasser von mittlerer Temperatur übergossen, das Ganze an einen mässig warmen Ort hingestellt; am zweiten Tage reagirte die über der zerschnittenen Wurzel stehende Flüssigkeit schon alkalisch, am achten Tage war auf der Oberfläche derselben ein Schaum bemerkbar und reagirte noch immer alkalisch. Ein Theil dieser kalten Infusion wurde bis zur Trockenheit abgedampft, der erhaltene Rückstand lösste sich zum Theil im Alkohol auf, und wurde daraus durch Wasser gefällt. Beim Verkohlen verbreitete er einen Geruch wie Mehl bei gleicher Behandlung. Selbst nach vier Wochen reagirte das Infusum noch akalisch, hatte zwar einen widrigen Geruch, aber keinen besondern Geschmack, und behielt immer die schleimige Consistenz. Jod bewirkte darin keine Veränderung, welches ganz mit Hrn. Hofr. Buchner's Beobachtungen übereinstimmt. *)

Ein bis zur Syrupsdicke eingekochtes Decoct der Eibischwurzel, welches mit dem kalten Aufguss zu gleicher Zeit gemacht und neben demselben hingestellt wurde, ward durch Jod blau gefärbt, reagirte am 4ten Tage sauer, nach vier Wochen aber vollkommen alkalisch und überzog sich mit einem Häutchen **). Dass die Eibischwurzel eine nicht unbeträchtliche

---

*) Repertorium f. d. Pharmacie B. 4. S. 393.

**) Als ich diese Arbeit vornahm war die chemische, Untsrsuchung der Eibischwurzel von Hrn. Leo Meyer im berlinischen Jahrbuch für Pharmacie B. 27 Abtheil. 2 S. 75 u. s. w. 826. noch nicht bekanut. Auch Faradoy's Versuche warcu damahls noch uicht bekannt.

Menge Azot, vielleicht schon fertig gebildetes Ammoniak (höchst wahrscheinlich an eine Säure gebunden) in ihrer Mischung enthalte, geht aus dem Umstande hervor, dass sich fein zerstossen mit einem Brei von Aetzkalk zusammengerieben, Ammoniak entwickelt. Die Gegenwart des Ammoniaks beweist die blaue Färbung des durch Säure gerötheten Lackmuspapiers, wenn es über den Brei, ohne ihn zu berühren, gehalten wird, so wie die dichten weissen Dämpfe, welche ein in Salzsäure getauchter Glasstab bei seiner Annäherung zur Reibschale verbreitet. Selbst durch den Geruch bemerkt man hiebei Spuren von Ammoniak.

Es ist nicht wahrscheinlich, dass sich das Ammoniak aus dem Hydrogen des zersetzten Wassers oder der Pflanzensubstanz und dem Azot der atmosphärischen Luft erst umgebildet habe, wie in Faraday's *) Versuchen, indem dieser Hitze anwendete, welche bei meinen Versuchen gänzlich fehlte; überdiess wurde die Berührung mit Metallen als Electricitätserregern und Wasserzerlegung Bewirkern bei meinen Versuchen möglichst vermieden und die Mengung jedesmal in Serpentinmörsern oder Glasmörsern vorgenommen, so dass also an eine Wasserzersetzung nicht gedacht werden kann. Um jeden Einwurf ähnlicher Art im Voraus zu beseitigen, erlaube man mir, kurz mein Verfahren anzuzeigen.

Kalkhydrat wurde mit Wasser zu einem Brei angemacht, man bemerkte dabei durch Gefühl zwar

---

*) Annal de chimie et de phys. 28. 435 und Schweiggers Journ. 44. 342.

keine Temperaturerhöhung, dennoch blieb dieser Kalkbrei einige Zeit stehen, um die Temperatur der umgebenden Luft um so sicherer anzunehmen, und dann erst wurde er weiter angewendet. Ueberdiess zeigte ein mit Salzsäure benetztes Glasstäbchen nicht die geringste Erscheinung von weissen Dämpfen, und eben so wenig wurde rothes Lackmuspapier darüber gehalten im geringsten verändert; als eben das Pulver der Eibischwurzel hineingebracht wurde, entstanden nicht nur weisse Dämpfe, sondern das rothe Lackmuspapier wurde an den Rändern ebenfalls blau gefärbt zum deutlichen Beweise, dass jetzt Ammoniak sich entwickle.

Wenn v. Grotthuss *) glaubt, dass beim Löschen des Kalks Ammoniak gebildet werde aus dem Wasserstoff des zersetzt werdenden Wassers und aus dem Stickstoff der in den Zwischenräumen des Kalks und im Wasser selbst immer vorhandenen atmosphärischen Luft, und als Beweis für diese Annahme den Umstand anführt, dass der beim Löschen des Kalks entweichende Dunst blaue Pflanzenfarben in grün umwandle, also alkalisch reagire und wir kein anderes bei dieser Temperatur flüchtiges Alkali ausser den Ammoniak kennen: so dürfte diese Erscheinung auch so erklärt werden können, dass der beim Löschen des Kalks entstehende Wasserdampf feine Kalktheilchen mechanisch mit sich fortreisst, und dadurch die alkalische Reaction bewirkt. Dass dieser Fall indessen bei meinen Versuchen nicht Statt fand und nicht Statt finden konnte, indem schon ge-

*) Schweiggers Journ. 14. 126.

löschter Kalk, trocknes Kalkhydrat, und daraus mit der nöthigen Wassermenge bereiteter Kalkbrei angewendet wurde, beweist das oben angegebene Verhalten zu Genüge, wo der Kalkbrei allein keine Spur einer alkalischen Reaction bewirkte, welche aber bald, als das Eibischwurzelpulver zugesetzt worden war, erfolgte.

Auch Faraday's Beobachtungen von Ammoniakbildung, die Hr. Professor Bischoff *) schon gehörig würdigte, wird man mir hier nicht entgegen stellen wollen, ich kenne sie wohl und kann schlagende Beweise dagegen anführen. Denn als ich ganz azotlose Körper, als reines Amylum, Stärkmehl, Zucker und andere mit Kalkbrei zusammenrieb und wie bei den übrigen Versuchen feuchtes rothes Lackmuspapier lange Zeit darüber hielt, konnte ich nicht die geringste Spur einer blauen Färbung wahrnehmen, was doch hätte geschehen müssen, wenn das Ammoniak aus dem Hydrogen des Wassers oder der Pflanzensubstanz und dem Azot der atmosphärischen Luft erst gebildet würde, indem hier alle Umstände genau dieselben waren, wie bei der Radix althaeae und bei den folgenden Pflanzensubstanzen. Da hier aber kein Ammoniak zum Vorschein kam, so muss man glauben, dass es bei den übrigen Pflanzenkörpern, bei denen es sich bei gleicher Behandlung zeigt, entweder schon gebildet vorhanden ist, oder aus den Bestandtheilen derselben, wozu Azot gehört, erst gebildet werde, mithin auf diese Weise

*) Schweiggers Journ. 45 2. 204. u. s. f.

der Azotgehalt der Pflanzensubstanzen einigermassen zuverlässig bestimmt werden könne.

Endlich muss ich noch bemerken, dass ich 1 Theil reiner Eibischwurzel mit frisch gekochtem destillirten Wasser erst abgewaschen, dann mit 6 Gewichttheilen dieses Wassers in einer ebenfalls mit destillirtem Wasser gewaschenen gläsernen Retorte und Kolben kochen, und das übergehende Wasser auffangen liess. Das zuerst überdestillirte wenige Wasser (3 Drachmen beiläufig), hatte den Geruch und Geschmack wie Althäa, und färbte darein getauchtes und darin gelassenes rothes Lackmuspapier nach kurzer Zeit (ungefähr 10 — 15 Minuten) schwach, jedoch deutlich bemerkbar blau. Wenn H. Meyer *) nicht ein gleiches Resultat erhielt, so scheint die von ihm angewendete Wassermenge zu gross, und dadurch das vorhandene Ammoniak zu sehr verdünnt gewesen zu seyn, indem er auf 4 Unzen Eibischwurzeln 3 Pfund Wasser goss, und 1 Pfund abdestillirte. Dass dem so sey, scheint auch der Umstand zu beweisen, dass die zweite Portion des überdestillirten Wassers (wieder ungefähr ½ Unze), auch in meinem Versuche alsogleich nicht mehr alkalisch reagirte, jedoch wurde der rothe Papierstreifen, der über Nacht in der Flüssigkeit blieb, am folgenden Morgen schwach blau gefärbt angetroffen.

Als Gegenprobe liess man ein Stückchen rothes Lackmuspapier durch 6 Stunden mit destillirtem Wasser in Berührung, man konnte aber keine Farbenveränderung bemerken. Man kann also nicht sagen, das ro-

*) Berliner Jahrb. f. d. Pharm. 27: Jahrg. 2. Abtheil. S. 97.

the Lackmuspapier wurde in den obigen Versuchen desswegen wieder blau, weil das Wasser die Essig- oder Salzsäure, welche angewendet wurde, um das blaue Lackmuspapier roth zu machen, aufgenommen hat, sondern es ist wahre alkalische Reaction.

Das erhaltene sehr schleimige und consistente Decoct, welches mit Jod sich blau färbte, reagirte auf Lackmuspapier zwar weder sauer noch alkalisch, allein mit Kalkbrei (zu welchem destillirtes Wasser genommen war), zusammengerieben, färbte sich darüber gehaltenes befeuchtetes rothes Lackmuspapier nach einigen Minuten an den Rändern deutlich, wiewohl schwach, blau.

Ich glaube die Einwürfe, die man mir allenfalls machen könnte, durch das Vorausgeschickte gehoben zu haben, und gehe zur Aufzählung der bei andern Pflanzenkörpern enthaltenen Resultate.

Dass die Herba althaeae nun ebenfalls in Untersuchung genommen wurde, ist natürlich. Ein halbes Pfund, (8 Unzen,) wurde mit destillirtem Wasser gewaschen, getrocknet, und einer trockenen Destillation unterworfen. Im Vorstosse fand sich ein dickes, zähes, brandiges Oehl und kohlensaures Ammoniak krystallisirt. In der ersten Woulfe'schen Flasche war eine gelbe, brandig riechende Flüssigkeit, welche ganz alkalisch reagirte.

Ich gestehe, dass mich diese alkalische Reaction überraschte. Dass sie vom kohlensauren Ammoniak herrührte, zeigte das heftige Aufbrausen, welches auf Zusatz von Salpetersäure erfolgte, und das Entweichen von Ammoniak auf Zusatz von Aetzkalk oder Kali.

In der brandigen ammoniakalischen Flüssigkeit schwammen grosse gelbbraune Oehlflocken. Das ungewaschene Eibischkraut gab ganz dieselben Resultate.

Im Serpentinmörser zum feinen Pulver *) zerrieben, und Kalkbrei dazu gebracht, färbte sich rothes befeuchtetes Lackmuspapier darüber gehalten, in kurzer Zeit an den Rändern blau. Als ein in Salzsäure getauchter Glasstab darüber gehalten wurde, entstanden dichte weisse Dämpfe, Salmiak. Diese Versuche bestätigen sich mithin wechselseitig.

Die Flores althaeae wurden nicht destillirt; mit Kalkbrei zusammengerieben, färbten die entweichenden Dämpfe das rothe Lackmuspapier erst nach einiger Zeit schwach blau. Bei Annäherung eines mit Salzsäure befeuchteten Glasstabes zeigten sich wohl auch Dämpfe, welche jedoch nicht so dicht waren, als die bei dem Kraut.

Die Blätter der Käsepappel, Malva sylvestris et rotundifolia (8 Unzen), verhielten sich bei der trockenen Destillation, wie das Eibischkraut, nur mit dem Unterschiede, dass die Menge des krystallisirten kohlensauren Ammoniaks in dem Vorstosse bei der Käsepappel noch mehr betrug, und die brandige Flüssigkeit aus der ersten Flasche mit Salpetersäure übergossen, noch mehr und länger anhaltend aufbrauste.

In der brandigen Flüssigkeit fand sich eine gelb-

---

*) Wo in der Folge Versuche mit Kalkbrei vorkommen, wurde jedesmal die Pflanzensubstanz als sehr feines Pulver angewendet. Pl.

braune Substanz, welche theils in der Flüssigkeit schwamm, theils in Stücken auf dem Boden lag.

Mit destillirtem Wasser gekocht, färbte das Destillat (besonders der ersten übergehenden Portionen), rothes Lackmuspapier in 10 — 15 Minuten deutlich schwach blau, während destillirtes Wasser die Farbe des Lackmuspapiers nicht im geringsten veränderte.

Das Decoct reagirte weder sauer noch alkalisch, und zeigte mit Jod geprüft, keinen Amylumgehalt.

Mit Kalkbrei zusammengebracht, färbte sich das darüber gehaltene rothe Lackmuspapier noch viel eher und stärker blau, als bei dem Eibischkraut; ein in verdünnte Salzsäure getauchter Glasstab der Reibschale genähert, bewirkte sehr dichte weisse Dämpfe.

Die Flores Malvae wurden einer trockenen Destillation zwar nicht unterworfen, verhielten sich aber gegen den Kalkbrei wie die Blätter, nur schienen die weissen Dämpfe mit Salzsäure noch dichter, und das rothe Lackmuspapier noch schneller sich blau zu färben, als bei den Blättern.

Bei der trockenen Destillation des Wollkrautes, Verbascum Thapsus, fand man in dem Retortenhalse und im Vorstosse ein braunes dickflüssiges Oehl und kohlensaures Ammoniak in Krystallen. Die brandige Flüssigkeit in der ersten Flasche reagirte sauer, und ein Klumpen eines theerartigen Oehles lag zu Boden. Mit Kalk fein gerieben und Salzsäure darüber gehalten, entstanden weisse Dämpfe, welche weniger dicht waren, als bei den Eibischblättern; diesen entsprechend, brauchte auch das rothe Lackmuspapier etwas länger, bis es schwach blau wurde.

Flores Verbasci gaben bei der trockenen De-

stillation eine brandige sauer reagirende Flüssigkeit, welche mit Aetzkali versetzt und Salzsäure darüber gehalten, nur wenige Dämpfe verbreitete. Im Retortenhalse und dem Vorstosse war keine Spur von krystallisirtem kohlensauren Ammoniak. Als der Vorstoss mit destillirtem Wasser ausgewaschen wurde, reagirte die Flüssigkeit weder sauer noch alkalisch, mit Aetzkali und Salzsäure erscheinen jedoch einige wenige Dämpfe.

Das Pulver davon mit Aetzkalk gerieben, brauchte, um rothes Lackmuspapier schwach blau zu machen, verhältnissmässig ziemlich lange. Die bei Annäherung von Salzsäure entstehenden Dämpfe waren nicht sehr intensiv.

Man sieht ohne Erinnerung, dass auch hier die Resultate der trockenen Destillation ziemlich gut mit den Ergebnissen des Kalkbreies übereinstimmen.

Die Flores meliloti (Melilotus officinalis), wurden einer trockenen Destillation nicht unterworfen; mit Kalkbrei gerieben, zeigte Salzsäure sehr viele weisse Dämpfe, und feuchtes rothes Lackmuspapier wurde sehr bald blau gefärbt.

Die herba meliloti zeigte dieselben Erscheinungen, nur viel schwächer.

Die Blätter des Huflattigs (Tussilago farfara), gaben mit Kalkbrei gerieben, sichtbare Dämpfe, rothes Lackmuspapier wurde nur nach längerer Zeit schwach blau gefärbt. *)

---

*) Bei dieser Gelegenheit muss ich bemerken, dass ich in den meisten Fällen bei Annäherung der verdünnten nicht dampfenden Salzsäure mittelst eines damit benetzten Glasstabes Dämpfe zum Vorschein kommen sah; allein sie unterschieden sich

Salepwurzel (Orchis morio et mascula), zeigte sowohl bei der trockenen Destillation als bei der Behandlung mit Kalkbrei einigen Azotgehalt, jedoch viel weniger als die Eibischwurzeln.

Süssholzwurzel (8 Unzen Glycyrrhiza glabra), zeigte bei der trockenen Destillation im Vorstosse einen kleinen Anflug von kohlensaurem Ammoniak, mit destillirtem Wasser ausgewaschen, reagirte dieses alkalisch, brauste mit Salzsäure übergossen, und verbreitete dichte weisse Dämpfe. Auch die saure Flüssigkeit in der ersten Vorlage gab beim Zusatz von Aetzkali mit Salzsäure Dämpfe. Die rückständige Kohle wog 2 Unzen und 3 Drachmen.

Mit Kalkbrei gerieben, entwickelte sich ein Geruch nach Ammoniak; Salzsäure in die Nähe gebracht, verursachte sehr viele und sehr dichte weisse Dämpfe. Rothes Lackmuspapier wurde in wenigen Augenblicken so weit es feucht war, blau.

Hier hat der Kalkbrei einen grössern Ammoniakgehalt nachgewiesen, als die trockene Destillation, was sich einigermassen zu widersprechen scheint; höchst wahrscheinlich liegt aber die Ursache dieser Verschiedenheit in der Wurzel selbst.

Polypodium vulgare, Steinwurzel, gab bei

---

sehr wesentlich von einander. Bei denjenigen Pflanzensubstanzen, wo das befeuchtete rothe Lackmuspapier gar nicht verändert wurde, waren diese Dämpfe nur wenig sichtbar, konnten nur in gewisssen Richtungen gegen das Fenster bemerkt werden, und waren, wenn ich mich dieses Ausdruckes bedienen darf, gleichsam körperlos, wie z. B beim Amylum. Bei jenen Pflanzenstoffen aber, bei welchen das rothe Lackmuspapier blau gefärbt wurde, waren sie mehr oder weniger weiss, dicht, und deutlich sichtbar.

trockener Destillation keine Krystalle, das Auswaschwasser des Vorstosses reagirte nicht alkalisch, gab aber mit Kali und Salzsäure weisse Dämpfe; eben so verhielt sich die saure Flüssigkeit in der Vorlage. Von den angewendeten 8 Unzen wog die Kohle 2 Unzen, 1 Drachme.

Mit Kalkbrei behandelt, wurde das rothe Lackmuspapier erst nach einigen Minuten an den Rändern schwach blau gefärbt; Salzsäure verursachte wenige lichte leichte Dämpfe.

Die Manna blähte sich zu Anfang der Destillation sehr auf. Im Vorstosse zeigten sich keine Krystalle, das Auswaschwasser reagirte auch nicht alkalisch, verbreitete aber mit darüber gehaltener Salzsäure auf Zusatz von Aetzkali einige Dämpfe. Eben so verhielt sich die saure Flüssigkeit aus der ersten Flasche. Der kohlige Rückstand von 8 Unzen wog 1 Unze und 6 Drachmen. Mit Kalkbrei zusammengebracht, wurde dieser dünnflüssiger als er vorher war, doch nicht so dünnflüssig als wie beim Rohrzucker. Salzsäure zeigte keine Spur von Dämpfen, und rothes feuchtes Lackmuspapier wurde auch nach längerer Zeit nicht im Geringsten in der Farbe verändert.

Es frägt sich, ob bei diesem Flüssigwerden keine Temperatur-Erniedrigung eintritt? Diessmal konnte ich mit dem Thermometer keinen Unterschied finden, vielleicht war die Menge zu gering. Vielleicht zeigt sich eine Differenz in der Temperatur, wenn mit grösserer Masse gearbeitet wird.

Als Milchzucker, sacharum lactis, der zerstörenden Destillation unterworfen wurde, kamen im Vorstoss keine Krystalle zum Vorschein, das Ausspülwas-

wasser reagirte nicht alkalisch, und gab mit Aetzkali und Salzsäure keine Dämpfe. Eben so verhielt sich die saure Flüssigkeit aus der ersten Woulfe'schen Flasche. Die Kohle von 4 Unzen Milchzucker betrug 1½ Unzen.

Als feines Pulver mit Kalkbrei zusammen gerieben wurde, wurde das Gemenge anfangs dünnflüssig, später ein wenig consistenter. Salzsäure darüber gehalten, zeigte gar keine sichtbaren Dämpfe; rothes Lackmuspapier wurde auch nach längerer Zeit gar nicht verändert.

Da Faraday ausdrücklich bemerkt, dass er bei seinen Versuchen auch aus dem Zucker Ammoniak erhalten habe, so wurde auch reiner weisser Zucker mit Kalkbrei abgerieben; das Ganze war erst dünnflüssig, schnalzte beim Umrühren, war stark klebend, später nahm es ziemliche Consistenz an, wurde sogar etwas hart, und hinzugebrachtes Wasser löste es nicht leicht auf. Mit wenig Wasser übergossen, war es selbst nach 24 Stunden noch nicht aufgeweicht. Beim Trocknen wurde es spröde. Salzsäure verursachte gar keine Dämpfe, und rothes Lackmuspapier veränderte nach langer Zeit seine Farbe gar nicht. Es ist also hier gar keine Spur von Ammoniak zum Vorschein gekommen.

Arabisches Gummi (8 Unzen), gab bei der trockenen Destillation eine saure Flüssigkeit, welche mit Aetzkali versetzt, und Salzsäure darüber gehalten, Dämpfe verbreitete. Mit Kalkbrei gerieben, entstanden bei Annäherung der Salzsäure nur wenig kaum bemerkbare Dämpfe; rothes Lackmuspapier wurde gar nicht blau. Der Brei wurde dünnflüssig.

Traganthgummi verhielt sich bei der trockenen Destillation wie arabisches Gummi. Mit Kalkbrei entstand ein consistenter Teig. Lackmuspapier färbte sich erst nach vielen Minuten an den Rändern schwach blau; und mit Salzsäure entstanden wenige leichte Dämpfe.

Stärkmehl, Amylum, wurde, um den Kleber gänzlich zu entfernen, mit Essigsäure behandelt, gut gewaschen und getrocknet. Vier Stunden nach dem Anfange der Destillation fing die übergehende Flüssigkeit an, sich braun zu färben, und einige Stunden später zeigten sich häufige weisse Dämpfe in dem Vorstoss und in der ersten Flasche. Im Vorstosse und in der lichtbraunen sauren Flüssigkeit der ersten Flasche, auf deren Boden sich eine dicke schmierige braune Masse befand, zeigte sich keine Spur von Ammoniak.

Mit Kalkbrei gerieben, erschienen mit Salzsäure nur wenige kaum sichtbare Dämpfe, und rothes Lackmuspapier behielt seine Farbe ganz unverändert. Gerade so verhielt sich auch das geröstete Stärkmehl mit Kalkbrei.

Als 8 Unzen Arow-root trocken destillirt wurden, destillirte anfangs eine wasserklare Flüssigkeit über, allmählig färbte sie sich gelb. Die saure Flüssigkeit der ersten Vorlage enthielt am Boden ein schmierig braunes Oel und verbreitete mit Aetzkali und Salzsäure einige Dämpfe. Mit Kalkbrei zeigte Salzsäure wenige leichte lichte Dämpfe, und rothes Lackmuspapier wurde erst nach vielen Minuten an den Rändern wenig bemerkbar bläulich gefärbt.

Die Klettenwurzel (Radix cardanae), lieferte bei der trockenen Destillation im Retortenhalse zwar

keine Ammoniakkrystalle, allein das Wasser, mit welchem der Vorstoss ausgewaschen wurde, reagirte alkalisch, und gab mit Salzsäure weisse Dämpfe. Die saure Flüssigkeit in der ersten Flasche bewirkte nach Zusatz von Aetzkali und Annäherung von Salzsäure weisse Dämpfe. Die rückständige Kohle wog 2 Unzen und 7 Drachmen.

Mit Kalkbrei behandelt entstanden bei Annäherung der Salzsäure schnell dichte weisse Dämpfe und rothes Lakmuspapier färbte sich blau.

Die Wurzel von Symphytum officinale gab bei der trockenen Destillation so wie alle Vorhergehenden anfangs eine klare wässerige Flüssigkeit, welche sich nach einigen Stunden braun färbte. Die von 8 Unzen rückständige Kohle wog 3 Unzen. Im Vorstosse waren Krystalle von kohlensaurem Ammoniak, und die in der ersten Flasche befindliche gelbbraune Flüssigkeit reagirte stark alkalisch. Mit Kalkbrei gerieben färbte sich rothes Lackmuspapier schnell und blau, und Salzsäure verbreitete viele dichte weisse Dämpfe.

8 Unzen der Seifenkrautwurzel (Saponaria officinalis) der trockenen Destillation unterworfen, gaben im Vorstosse keine Krystalle. Das Wasser, womit der Vorstoss ausgewaschen wurde, reagirte nicht alkalisch; die Flüssigkeit der ersten Flasche färbte blaues Lackmuspapier roth, verbreitete jedoch mit Aetzkali gesättigt mit Salzsäure Dämpfe. Der Kohlenrückstand wog 2 Unzen 3 Drachmen.

Mit Kalkbrei entstanden bei genäherter Salzsäure weissliche Dämpfe und rothes Lackmuspapier färbte sich bläulich.

Traganthgummi verhielt sich bei der trockenen Destillation wie arabisches Gummi. Mit Kalkbrei entstand ein consistenter Teig. Lackmuspapier färbte sich erst nach vielen Minuten an den Rändern schwach blau; und mit Salzsäure entstanden wenige leichte Dämpfe.

Stärkmehl, Amylum, wurde, um den Kleber gänzlich zu entfernen, mit Essigsäure behandelt, gut gewaschen und getrocknet. Vier Stunden nach dem Anfange der Destillation fing die übergehende Flüssigkeit an, sich braun zu färben, und einige Stunden später zeigten sich häufige weisse Dämpfe in dem Vorstoss und in der ersten Flasche. Im Vorstosse und in der lichtbraunen sauren Flüssigkeit der ersten Flasche, auf deren Boden sich eine dicke schmierige braune Masse befand, zeigte sich keine Spur von Ammoniak.

Mit Kalkbrei gerieben, erschienen mit Salzsäure nur wenige kaum sichtbare Dämpfe, und rothes Lackmuspapier behielt seine Farbe ganz unverändert. Gerade so verhielt sich auch das geröstete Stärkmehl mit Kalkbrei.

Als 8 Unzen Arow-root trocken destillirt wurden, destillirte anfangs eine wasserklare Flüssigkeit über, allmählig färbte sie sich gelb. Die saure Flüssigkeit der ersten Vorlage enthielt am Boden ein schmierig braunes Oel und verbreitete mit Aetzkali und Salzsäure einige Dämpfe. Mit Kalkbrei zeigte Salzsäure wenige leichte lichte Dämpfe, und rothes Lackmuspapier wurde erst nach vielen Minuten an den Rändern wenig bemerkbar bläulich gefärbt.

Die Klettenwurzel (Radix cardanae), lieferte bei der trockenen Destillation im Retortenhalse zwar

keine Ammoniakkrystalle, allein das Wasser, mit welchem der Vorstoss ausgewaschen wurde, reagirte alkalisch, und gab mit Salzsäure weisse Dämpfe. Die saure Flüssigkeit in der ersten Flasche bewirkte nach Zusatz von Aetzkali und Annäherung von Salzsäure weisse Dämpfe. Die rückständige Kohle wog 2 Unzen und 7 Drachmen.

Mit Kalkbrei behandelt entstanden bei Annäherung der Salzsäure schnell dichte weisse Dämpfe und rothes Lakmuspapier färbte sich blau.

Die Wurzel von Symphytum officinale gab bei der trockenen Destillation so wie alle Vorhergehenden anfangs eine klare wässerige Flüssigkeit, welche sich nach einigen Stunden braun färbte. Die von 8 Unzen rückständige Kohle wog 3 Unzen. Im Vorstosse waren Krystalle von kohlensaurem Ammoniak, und die in der ersten Flasche befindliche gelbbraune Flüssigkeit reagirte stark alkalisch. Mit Kalkbrei gerieben färbte sich rothes Lackmuspapier schnell und blau, und Salzsäure verbreitete viele dichte weisse Dämpfe.

8 Unzen der Seifenkrautwurzel (Saponaria officinalis) der trockenen Destillation unterworfen, gaben im Vorstosse keine Krystalle. Das Wasser, womit der Vorstoss ausgewaschen wurde, reagirte nicht alkalisch; die Flüssigkeit der ersten Flasche färbte blaues Lackmuspapier roth, verbreitete jedoch mit Aetzkali gesättigt mit Salzsäure Dämpfe. Der Kohlenrückstand wog 2 Unzen 3 Drachmen.

Mit Kalkbrei entstanden bei genäherter Salzsäure weissliche Dämpfe und rothes Lackmuspapier färbte sich bläulich.

Herba Saponariae wurde ebenfalls einer zerstörenden Destillation unterworfen. Anfangs ging eine farbenlose und sauer reagirende Flüssigkeit über, in der 3ten Stunde färbte sie sich gelb und reagirte vollkommen alkalisch. (Die Untersuchung geschah durch die Sicherheitsröhre). Zugleich ging eine zähe brenzliche Substanz über (Oehl), welche den Vorstoss verstopfte und erwärmt werden musste, um sie wieder flüssig zu machen, und in die erste Vorlage zu bringen.

Im Vorstosse waren häufige Krystalle von kohlensaurem Ammoniak, welche mit Salzsäure stark aufbrausten. Die Flüssigkeit der ersten Vorlage reagirte stark alkalisch.

Die von 8 Unzen rückständige Kohle, welche ein sehr schönes pfauenschweifiges Farbenspiel zeigte, wog 2 Unzen und $1\frac{1}{2}$ Drachmen.

Mit Kalkbrei zusammengerieben zeigte Salzsäure dichte weisse Dämpfe und feuchtes rothes Lackmuspapier wurde bald blau.

Die Wurzel von Triticum repens, Gramen, lieferte bei der trockenen Destillation in der ersten Flasche eine saure Flüssigkeit, welche aber mit Aetzkali und Salzsäure weisse Dämpfe ausstiess. In dem Vorstosse befanden sich einige Krystalle von kohlensaurem Ammoniak. Die von 8 Unzen zurückgebliebene Kohle wog 2 Unzen und 10 Scrupel. Mit Kalkbrei vermengt nahm das rothe Lackmuspapier darüber gehalten in wenigen Minuten eine blaue Färbung an. Salzsäure genähert bewirkte ziemlich viele weisse Dämpfe.

Bei der zerstörenden Destillation der Wurzel

des Leontodon Taraxacum fand man zwar im Vorstosse keine Krystalle, das Wasser aber, mit welchem der Vorstoss ausgespült wurde, reagirte alkalisch. Die saure Flüssigkeit in der ersten Vorlage gab mit Salzsäure bei der Sättigung mit Aetzkali weisse Dämpfe von sich. Der kohlige Rückstand von 8 Unzen Wurzel betrug 2½ Unzen. Mit Kalkbrei gerieben entstanden dichte weisse Dämpfe; und das rothe Lackmuspapier färbte sich blau.

Das Kraut vom Löwenzahn wurde nicht destillirt; mit Kalkbrei gerieben zeigten sich weisse Dämpfe und das rothe Lackmuspapier wurde bei längerem Darüberhalten blau.

Die Wurzel von Cichoreum Intybus gab im Vorstoss keine Krystalle und dass Wasser, mit welchem derselbe ausgespült wurde, zeigte nur Spuren von alkalischer Reaction. Die saure Flüssigkeit der ersten Flasche gab mit Aetzkali und Salzsäure weisse Dämpfe. Von 8 Unzen betrug die Kohle 2 Unzen 3 Drachmen.

Mit Kalkbrei gerieben erhielt das feuchte rothe Lackmuspapier nach einigen Minuten an den Rändern eine schwache blaue Färbung. Salzsäure verbreitete sichtbare doch leichte Dämpfe.

Die Wurzel der Iris florentina gab mit Kalkbrei und Salzsäure nur wenige Dämpfe und rothes Lackmuspapier wurde erst nach vielen Minuten schwach blau.

Bei der trockenen Destillation von Sassaparilla, Smilax Sassaparilla, destillirte anfangs eine wasserhelle Flüssigkeit über, welche nach 3 Stunden sich gelb und endlich röthlich färbte. Im Vor-

stosse befanden sich einige kleine Krystalle von kohlensaurem Ammoniak. In der ersten Vorlage war eine röthliche Flüssigkeit, welche sauer reagirte, mit Aetzkali und Salzsäure aber weisse Dämpfe verbreitete.

Mit Kalkbrei zusammengebracht gab Salzsäure dichte weisse Dämpfe, darüber gehaltenes feuchtes durch Säuren geröthetes Lackmuspapier ward bald deutlich blau, Rosenpapier grün, und Curcumapapier schwach bräunlich; jedoch war die Reaction damit zweideutig. Ueberhaupt überzeugte ich mich bei diesen Versuchen zu wiederholten Malen, dass das Lackmuspapier sowohl das blaue als das durch Säure geröthete auf Säuren und Alkalien sehr empfindliche Reagentien sind, und die Anzahl der in der neuesten Zeit gerühmten andern Pflanzenpigmente an Empfindlichkeit bei weitem übertreffen und sie daher ganz entbehrlich machen.

Die Wurzel des Sandriedgrases, Carex arenaria, zeigte während der trockenen Destillation in Hinsicht der übergehenden Flüssigkeit dieselben Erscheinungen wie die Sassaparille, allein im Vorstosse waren keine Krystalle sichtbar, und auch das Wasser, mit welchem der Vorstoss ausgespült worden, zeigte nur Spuren von alkalischer Reaction. Die saure Flüssigkeit in der ersten Flasche mit Aetzkali versetzt, verbreitete weisse Dämpfe, als ihr ein in Salzsäure getauchter Glasstab genähert wurde.

Um zu sehen, ob bei dem Zusammenreiben der Pflanzenstoffe nicht etwa Temperaturerhöhung Statt finde, wurde hier absichtlich die Temperatur des Kalkbreies gesucht, und 18° C gefunden gleich der

Zimmertemperatur; nachdem das feine Pulver der Carex arenaria mit dem Kalkbrei schnell zusammengerieben war, zeigte das Thermometer genau wieder 18° C.

Salzsäure darüber gehalten brachte lichte leichte Dämpfe zum Vorschein, Lackmuspapier wurde erst nach mehreren Minuten an den Rändern schwach blau gefärbt.

Nach der Destillation von 8 Unzen China regia fand man im Vorstoss keine Krystalle, und die saure braun gefärbte Flüssigkeit in der ersten Flasche zeigte mit Aetzkali und Salzsäure Spuren von Ammoniak. Die Kohle wog 2 Unzen 6 Drachmen und 8 Gran.

Kalkbrei bestätigte die Aussage der trockenen Destillation dadurch, dass rothes feuchtes Lackmuspapier darüber gehalten in wenigen Minuten an den Rändern schwach aber deutlich blau gefärbt wurde und genäherte Salzsäure lichte Dämpfe hervorbrachte.

Die Galgantwurzel, Maranta Galanga, gab anfangs eine wasserklare, später dunkler gefärbte Flüssigkeit, im Vorstoss fanden sich keine Krystalle, aber mit Wasser ausgespült reagirte dieses alkalisch und verbreitete mit Salzsäure weisse Dämpfe. Die saure Flüssigkeit in der ersten Vorlage gab mit Aetzkali versetzt und Salzsäure genähert ebenfalls Dämpfe. Die Kohle (von 8 Unzen) wog 2 Unzen und 6 Drachmen.

Mit Kalkbrei gerieben färbte sich das darüber gehaltene rothe Lackmuspapier in wenigen Minuten sichtbar blau, mit Salzsäure entstanden ziemlich viele weissliche Dämpfe.

Die jetzt folgenden Körper wurden bloss mit Kalkbrei untersucht.

Die Herba Gaceae, Viola tricolor, verbreitete mit Salzsäure weisse Dämpfe, und rothes Lackmuspapier färbte sich nach und nach blau.

Das Kraut der Atropa Belladonna gab mit Salzsäure weisse Dämpfe, und färbte das rothe Lackmuspapier etwas langsam blau. Eben so verhielten sich die Blätter von der Digitalis purpurea.

Die Wurzel der Belladonna verbreitete mit Kalkbrei gerieben, einen deutlichen Ammoniakgeruch, und mit Salzsäure viele dichte weisse Dämpfe; rothes Lackmuspapier wurde bald blau. Sie kommt in diesem Verhalten der Süssholzwurzel sehr nahe.

Das Kraut von Hyoscyamus niger verbreitete mit Salzsäure viele dichte weisse Dämpfe, und rothes Lackmuspapier färbte sich bald blau.

Die Wolverleiblüthen (Arnica montana), gaben mit Kalkbrei gerieben bei Annäherung der Salzsäure schwache weisse Dämpfe, und das Lackmuspapier wurde nur nach längerer Zeit schwach blau gefärbt.

Die Arnikawurzel verbreitete mit Kalkbrei gerieben und Salzsäure in die Nähe gebracht, dichte weisse Dämpfe, und rothes Lackmuspapier färbte sich in kurzer Zeit blau; doch nicht so schnell wie bei der Belladonnawurzel.

Die Wurzel der Polygala Senega gab mit Salzsäure nur wenige Dämpfe, und rothes Lackmuspapier wurde nur erst nach vielen Minuten schwach blau. Eben so verhielt sich die Wurzel der Polygala vulgaris, und die Wurzel von Filix mas (aspidium F. m.).

Die Wurzel von Ononis spinosa verbreitete

mit Kalkbrei gerieben, bei genäherter Salzsäure viele dichte weisse Dämpfe, und das rothe Lackmuspapier färbte sich schnell blau.

Die Blätter von Uva ursi mit Kalkbrei gerieben, gaben anfangs einen gelben, später braunen Brei, mit Salzsäure entstanden nur wenige Dämpfe, und rothes Lackmuspapier wurde erst nach längerer Zeit (vielen Minuten), sehr schwach blau.

Wie die Blätter der Uva ursi verhielten sich auch die Blätter von Trifolium fibrinum mit Kalk gerieben gegen Salzsäure und rothes Lackmuspapier.

Um zu erfahren, ob die Ammoniakentwicklung bei den angeführten Pflanzensubstanzen vom Kleber- und Eiweissgehalt abhängig sey, und davon herrühre, behandelte ich diese beiden Stoffe ebenfalls mit Kalkbrei, und erhielt folgende Antwort:

Frischer Kleber mit Kalkbrei abgerieben, brachte nur eine geringe Farbenveränderung bei dem befeuchteten rothen Lackmuspapier hervor, und benöthigte dazu viele Minuten. Salzsäure darüber gehalten, gab zwar Dämpfe, aber sie waren licht.

Frisches Eiweiss mit Kalk abgerieben, veränderte die Farbe des rothen Lackmuspapiers gar nicht im geringsten, und Salzsäure brachte nur wenige kaum bemerkbare Dämpfe zum Vorschein.

Wenn man bei den vorhergehenden Versuchen die Resultate der zerstörenden Destillation mit dem Verhalten derselben Pflanzenstoffe zum Kalkbrei vergleicht; so sieht man bei unbefangener Betrachtung, dass die Ergebnisse beider Versuche sich in den meisten Fällen wechselseitig bestätigen, was um so beweisender erscheint, da die trockenen Destillationen

und die Versuche mit dem Kalkbrei zu verschiedenen Zeiten und mit verschiedenen Pflanzensubstanzen angestellt wurden. Die wenigen Abweichungen dürften nicht so sehr dem Experimente und einem Beobachtungsfehler, als vielmehr der Verschiedenheit der Pflanzenstoffe selbst, indem sie in verschiedenen Jahren und in verschiedenen Gegenden wuchsen, zuzuschreiben seyn; da es ja durch mehrfältige Erfahrungen bekannt ist, welch grosser Unterschied bei derselben Pflanze oft Statt findet, je nachdem sie vor, während oder nach der Blüthe u. s. w. gesammelt wird, und ich die angewendeten Pflanzen nicht selbst sammelte, sondern kaufte.

Zugleich zeigt das Verhalten des Klebers und des Eiweisses zum Kalkbrei, dass die Entwickelung des Ammoniaks bei den untersuchten Pflanzenstoffen von dem Kleber- oder Eiweissgehalt derselben nicht abhängig sey. Einen weitern Schluss will ich mir vor der Hand nicht erlauben, so nahe er auch zu liegen scheint, bis ich vielleicht Thatsachen werde anführen können.

II. Untersuchungen über die Länge des Secundenpendels in verschiedenen Breiten, und die davon hergeleitete Ellipticität der Erde, nach Ivory.

Ivory hat in den Monatsheften Juli, August, October und Nov. des Philosophical Magazine and Journal

sätze über die Ellipticität der Erde, in so fern sie aus Pendelbeobachtungen abgeleitet wird, und über die Methode, eine Formel für die Länge des Secundenpendels in verschiedenen Breiten aus Pendelbeobachtungen herzuleiten, mitgetheilt, die den Leser um so mehr interessiren müssen, als dieser Gegenstand durch Freycinets, Katers und Sabines Arbeiten an Wichtigkeit gewonnen hat, und er vielleicht zur Beantwortung der Frage führen kann, ob Pendelbeobachtungen einen sicheren Schluss über die Gestalt der Erde zu machen erlauben, als die ohne Vergleich kostbareren directen Messungen am Erdkörper. Desshalb mag eine gedrängte Darstellung von Ivory's Untersuchungen hier Platz finden.

Die Gestalt einer flüssigen Masse, die aus sich gegenseitig anziehenden Theilen besteht, übrigens aber nicht von äusseren Kräften afficirt wird, lässt sich auf mathematischem Wege bestimmen, sowohl für den Fall, wo sie in Ruhe ist, als auch für den, wo sie sich um eine Axe dreht, und daher zu den vorigen Kräften noch die Fliehkraft kommt. Man weiss, dass eine flüssige Masse, deren Theile sich mit einer Kraft anziehen, die wächst, wie das Quadrat ihrer Entfernung abnimmt, und die zugleich der Fliehkraft unterliegt, zur Erlangung des Gleichgewichtes die Gestalt eines Sphäroides annehmen muss, welches durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe entstanden, gedacht werden kann. Stellt man sich die Erde vor, als bestehend aus concentrischen Schichten von verschiedener Dichte, so muss die unterste Schichte, oder der Kern, auch diese Gestalt haben, falls sie einst

flüssig war. Weicht dieser Kern nicht viel von der Gestalt einer Kugel ab, so wird die Oberfläche der ihn bedeckenden flüssigen Schichten ein länglichtes Sphäroid seyn. Für dieses gibt Ivory ohne weitere Deduction eine Formel an, welche selbst noch die zweiten Potenzen der Ellipticität in sich fasst, und aus welcher er für die Schwere g in der Breite λ die Gleichung findet, auf die es im Verlauf seiner Arbeit ankommt:

$$g = G\left\{1 + \left(\frac{5}{2}\varphi - \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2} - \frac{17}{14}\varphi\varepsilon + \frac{5}{2}A\varepsilon^2\right)\sin^2\lambda + \frac{\varepsilon^2}{8} - \frac{5}{8}\varphi\varepsilon - \frac{105}{16}A\varepsilon^2\Big)\sin^2 2\lambda\right\}. \qquad (1)$$

In dieser Formel bedeutet G die Schwere am Aequator, φ das Verhältniss der Fliehkraft am Aequator zur Schwere, mithin $\frac{1}{289}$, und $\frac{5}{2}\varphi = 0.00865$; ferner A eine unbekannte Function der Umdrehungsaxe des Sphäroides, und ε den Werth der Gleichung

$$\varepsilon = \frac{e}{2} - \frac{e^2}{8} - \frac{5}{16}Ae^2 \qquad (2)$$

in welcher e die doppelte Excentricität anzeigt.

Ivory substituirt in diese Formel die Ergebnisse der Versuche über die Länge des Secundenpendels, die Sabine an 6 Stationen von Maranham bis Spitzbergen angestellt hatte, und fand, dass man die zweiten Potenzen der Excentricität vernachlässigen kann, weil diese die gefundenen Zahlen, in denen die Pendellänge das einzige von der Erfahrung abzunehmende Argument ist, erst von der 4ten Decimalstelle angefangen, ändern, während es sich aus einer Vergleichung der besten Beobachtungen über diese Länge er-

gibt, dass auch diese, falls sie in englischen Zollen ausgedrückt wird, nur bis in die vierte Decimalstelle als ganz richtig angesehen werden kann. Ivory vernachlässiget daher auch die zweiten Potenzen der Ellipticität, und findet diese nach zwei verschiedenen Methoden, mit Hülfe drei verschiedener Reihen von Pendelbeobachtungen.

I.

Methoden zur Bestimmung der Ellipticität der Erde aus der Länge des Secundenpendels.

1.

Vernachlässigt man in der Gleichung (1) die mit ε^2 multiplicirten Glieder, und setzt für ε die Grösse e, so findet man

$$g = G\left(1 + \left(\frac{5\varphi}{2} - e\right)\sin^2\lambda\right)$$

oder $$e \sin^2\lambda = 1 + \frac{5\varphi}{2}\sin^2\lambda - \frac{g}{G}$$

Heisst man L und l die Länge des Secundenpendels am Aequator und in der Breite λ, und bedenkt, dass für gleichzeitig schwingende Pendel diese Längen der Schwere proportionirt sind; so bekommt man

$$e \sin^2\lambda = 1 + \frac{5\varphi}{2}\sin^2\lambda - \frac{l}{L} \quad (3)$$

und $$e = 0.00865 - \frac{l - L}{L \sin^2\lambda} \quad (4)$$

Bedeuten l' und λ' dasselbe für einen zweiten Ort, was l und λ für den ersten bezeichneten, so bekommt man:

$$e.\sin^2\lambda' = 1 + \frac{5\varphi}{2}\sin^2\lambda' - \frac{l'}{L}$$

und aus dieser Gleichung und (3) nebst der Voraussetzung, dass $\frac{l}{l'} = r$ gesetzt wird

$$e = 0.00865 - \frac{r - 1}{\sin^2\lambda - r\sin^2\lambda'} \quad (5)$$

Zur Bestimmung der Grösse L in (4) dient die Beobachtung Sabine's, dass in Maranham in der Breite von 2° 31′ 43″ $l' = 39\,01214$ Z. ist. Da nun die Differenz zwischen der Länge am Aequator und an einem Pol gewiss nicht grösser ist, als 0.21 Z. oder kleiner als 0.2 Z., so hat man

$$l' = L + 0.2\sin^2\lambda' = L + 0.00039$$

und hieraus $L = 39.01175$.

Zur Bestimmung der Ellipticität mögen nun zuerst die Beobachtungen von Sabine dienen, die er vom Aequator bis zu einer Breite von 80° angestellt hat. Folgende Tafel giebt sowohl diese Resultate, als auch die Ellipticitäten, wie sie sich durch Combination der nebeneinander stehenden Stationen nach (4) ergeben:

	Station	Breite	Pendellänge in Zoll	Ellipticität
St. Thomas		0°. 24′ 41″ N	39.02074	
Maranham		2 31 43 S	39.01214	
Ascension		7 55 48 S	39.02410	
Sierra Leone		8 29 28 N	39.01997	
Trinidad		10 38 56 N	39.01884	
Bahia		12 59 21 S	39.02425	
Jamaika		17 56 7 N	39.03510	
	Neu-York	40 42 43	39.10168	0.00323
	London	51 31 8	39.13910	332
Maranhan	Drontheim	63 25 54	39.17456	343
und	Hammerfest	70 40 5	39.19519	337
	Grönland	74 32 19	39.20335	336
	Spitzbergen	79 49 58	39.21469	328
			Mittelwerth	0.00333
Neu-York und Spitzbergen				0.00332
Sierra Leone und	Grönland			347
	Spitzbergen			338
Trinidad und	Grönland			337
	Spitzbergen			328
Bahia und	Grönland			344
	Spitzbergen			334
Jamaika und	Grönland			348
	Spitzbergen			339

Weil die Breitenunterschiede der Stationen von St. Thomas bis inclusive Jamaika sehr gering sind, und daher auch die Differenzen der Pendellängen sehr klein ausfallen; so kann man sie nicht mit Sicherheit zur Berechnung der Ellipticität benützen, ja selbst die ersteren zur dieser Berechnung benützten geben ziemlich ungleiche Resultate, wovon nach Ivory's Meinung Localeinflüsse auf das Pendel Schuld sind.*)

*) Sabine hat in seinem Werke: On account of experiments to determine the figure of the earth. London 1825, die Einwirkung localer Störungen des von der Gestalt der Erde abhän-

Die ersteren, welche im Mittel eine Ellipticität von 0.00533 geben, harmoniren am besten mit einan-

---

genden Gesetzes der Schwere in verschiedenen Breiten selbst nachgewiesen. Er hat die durch Versuche gefundene Länge des Secundenpendels in den vorher aufgezählten Stationen auf die Meeresfläche reducirt, hieraus nach der Methode der kleinsten Quadratsummen den Ausdruck für die Länge des Secundenpendels in jeder Breite abgeleitet, und nach dieser Formel wieder die Pendellänge in den Beobachtungsstationen berechnet. Er findet aber zwischen den berechneten und den aus der Erfahrung entnommenen Pendellängen so grosse Differenzen, dass man sie durchaus nicht Beobachtungsfehlern zuschreiben kann; auch der Einfluss der Gestalt der der Station zur Grundlage dienenden Gebirgsmassen kann nicht Schuld daran seyn, weil diese Differenzen oft positiv sind, wo sie diesen Einflüssen noch hätten negativ seyn sollen und umgekehrt. Es muss demnach die verschiedene Dichte dieser Massen diesen störenden Einfluss ausüben. Sabine reducirt diese Differenzen in der Länge des Pendels auf die Anzahl der Schwingungen, welche dadurch in 24 Stunden hervorgebracht wird.

Folgende Tafel ist aus seinem Werke entnommen:

Station	Differenz in Schwingungen	Scale d. Dichte.
St. Thomas . .	5.58	100
Ascension . .	5.04	94
Spitzbergen . .	3.50	79
Jamaika . .	0.28	45
Neu-York . .	0.00	43
Grönland . .	— 0.08	43
Sierra Leone . .	— 0.12	42
London . .	— 0.28	41
Hammerfest . .	— 0.52	37
Bahia . .	— 1.80	26
Drontheim . .	— 3.10	12
Trinidad . .	— 4.12	2
Maranham . .	— 4.34	1

Die grösseren Abweichungen in obigen Resultaten erklären sich aus diesen Angaben vollständig wie z. B. die, welche die Stationen Maranham und Neu-York, London, Drontheim und Hammerfest geben, kleinere werden bei einer so delicaten Untersuchung wohl immer übrig bleiben. (B.)

der; ihr Mittelwerth mag daher als der Wahrheit am nächsten liegend angesehen werden.

Capitän Kater hat an 7 verschiedenen Stationen von Dunnose auf den Insel Wight und Unst der entferntesten der schetländischen Inseln, Pendelbeobachtungen angestellt. Wiewohl nun diese selbst nicht zur Berechnung der Ellipticität der Erde gebraucht werden können, weil die Differenz der Pendellänge in den 2 äussersten Puncten 0.35 Z. beträgt, so sind sie doch geeignet, in Verbindung mit Sabine's Beobachtungen zu Maranham beachtenswerthe Resultate zu geben. Folgende Tafel gibt diese Resultate:

Station	Breite	Pendellänge	Ellipticität
Unst.	60° 46′ 28″ N	39.17146 Z.	0.00329
Portsoy	57 40 59	16159	327
Leith Forth	55 58 41	15554	328
Clifton	53 27 43	14600	332
Arbury Hill	52 12 55	14250	328
London	51 31 8	13939	332
Shanklin Farm	50 37 24	13614	331
		Mittelwerth	0.00329

Biot hat im Supplemente zur Encyclopädia Brittanica die Pendellängen angegeben, die theils er selbst, theils andere französische Gelehrte an 9 Stationen von Formenterra bis Unst., mithin innerhalb 22° der Breite bestimmt hatte. Sie gaben, mit Sabines Beobachtung zu Maranham combinirt, folgende Resultate:

Station	Breite	Pendellänge	Elliptici-tät
Formentera	38° 39′ 56″N	741.2520 Millim.	0.00324
Figeac	44 36 45	6122	338
Bourdeaux	44 50 26	6087	343
Clermont	45 46 48	7052	334
Paris	48 50 14	9175	333
Dünkirchen	51 2 10	0770	331
Leith Forth	55 58 37	4134	329
Unst.	60 45 25	7231	326
		Mittelwerth	0.30332

Demnach sind die Resultate aller drei Reihen von Beobachtungen im Mittel folgende:

Nach Cap. Sabine, Ellipticität: 0.00333
— Kater — — 0.00329
Biot — — 0.00332

2.

Es sey wieder wie vorhin L die Länge des Secundenpendels am Aequator, f die Zunahme dieser Grösse vom Aequator bis zu den Polen, l' die in der Breite λ' durch Beobachtung gefundene Pendellänge, ε der dabei begangene Fehler, mithin $l' + \varepsilon$ die wahre Länge desselben; so ist

$$l' + \varepsilon = L + f \sin^2 \lambda'$$

$$L = l' + \varepsilon - f . \sin^2 \lambda' \quad (5)$$

$$f = \left(\frac{5\varphi}{2} - e\right) L$$

Heisst l die in der Breite λ beobachtete Pendellänge, $\varepsilon + x$ der dabei begangene Fehler, mithin x der Unterschied der Fehler in den Breiten λ und λ', so ist wieder $\lambda + \varepsilon + x$ die wahre Pendellänge, und

$$l + \varepsilon + x = L + f . \sin^2 \lambda.$$

Setzt man in diese Gleichung für L den Werth aus (5), so bekommt man

$$x = f(\sin^2 \lambda - \sin^2 \lambda') - (l - l') \quad (6)$$

Setzt man für l' und λ' die von Sabine für Maranham angegebenen Werthe, und für l und λ die für die anderen von ihm gewählten Stationen, mit Ausnahme von St. Thomas und Ascension, bedenkt ferner, dass vorhin für $f . \sin^2 \lambda'$ der Werth 0.00039 gefunden worden ist, und drückt die Fehlerunterschiede in den Stationen in der oben angegebenen Ordnung durch x_1, x_2, x_3 etc. aus, so bekommt man:

$$\begin{aligned}
L &= 39.01175 + \varepsilon \\
x_1 &= 0.01985\,f - 0.00783 \\
x_2 &= 03220\,f - 00670 \\
x_3 &= 04857\,f - 01211 \\
x_4 &= 09288\,f - 02296 \\
x_5 &= 42349\,f - 08954 \\
x_6 &= 61085\,f - 12696 \\
x_7 &= 79800\,f - 16242 \\
x_8 &= 87827\,f - 18305 \\
x_9 &= 92698\,f - 19121 \\
x_{10} &= 96689\,f - 20255
\end{aligned}$$

Da diese Bedingungsgleichungen von den auf dem gewöhnlichen Wege gefundenen verschieden sind, so muss hier der Grund angegeben werden, warum man die gewöhnlichen Wege verlassen hat. Nach der gewöhnlichen Methode würde man die Summe der Quadrate aller Fehler, nämlich

$$\varepsilon^2 + (\varepsilon + x)^2 + (\varepsilon + x_2)^2 + \ldots .$$

auf ein Minimum bringen. Dabei wird aber vorausgesetzt, dass der Aufgabe nur genügt werden kann, wenn

alle Fehler verschwinden. Allein im gegenwärtigen Falle ist dieses schon geschehen, wenn der Fehler nur bei allen Beobachtungen derselbe ist. Desshalb wird die Aufgabe schon gelöset seyn, wenn man die Summe der Quadrate obiger Werthe von x_1, x_2 etc. auf ein Minimum bringt. Thut man dieses nach den gewöhnlichen Regeln, so bekommt man:

$$o = 3.76723\,f - 0.78207$$
$$f = 0.2076$$

und hierdurch wird

$$l = 39.01175 + \varepsilon + 0.2076 \sin^2 \lambda.$$

Um ε zu bestimmen, könnte man in einer Reihe von Beobachtungsresultaten, deren einige ein besonderes Zutrauen verdienen, den Fehler der Beobachtung gleich Null setzen, oder wenn alle von gleichem Range sind, die Summe aller Fehler verschwinden machen.

Die folgende Tafel enthält die Pendellänge für die Voraussetzung $\varepsilon = o$, nebst ihrer Abweichung von der beobachteten:

Station	Berechnete Pendellänge	Differenz
Maranham	39.01214 Z.	0.00000
Sierra Leone	01627	— 0.00370
Trinidad	01884	00000
Bahia	02223	— 202
Jamaika	03143	— 367
Neu York	10006	— 162
London	13896	— 15
Drontheim	17780	+ 140
Hammerfest	19659	+ 124
Grönland	20459	+ 181
Spitzbergen	21288	

Durch Combination der Beobachtungen bekommt man

$$e = 0.00865 - \frac{f}{L} = 0.00333$$

gerade so wie nach der ersten Methode.

Verbindet man Katers Beobachtungen mit denen zu Maranham, und verfährt wieder wie vorher, so erhält man

$$\delta = 3.08299\, f - 0.6445_1$$
$$f = 02091$$
$$l = 39.01175 + \varepsilon + 0.2091 \sin^2 \lambda.$$

Folgende Tafel enthält wieder die berechneten Pendellängen nebst ihrer Abweichung von den beobachteten, unter der Voraussetzung, dass $\varepsilon = 0$ ist.

Station	Berechnete Pendellänge	Differenz
Unst.	39.17088 Z.	— 0.00058
Portsoy	16103	— 56
Leith Fort	15532	— 22
Clifton	14668	+ 68
Arbury Hill	14230	— 20
London	13983	+ 54
Shankin Farm	13663	— 49

Die daraus sich ergebende Ellipticität ist 0.00329, mithin wieder gerade so, wie nach der ersten Methode.

Sucht man aus der mittleren Ellipticität 0.00332 die Länge des Secundenpendels aus Biots Beobachtungen, wo L = 739.6885 Millim. beträgt, so hat man:

$$f. = \left(\frac{5\varphi}{2} - e\right) L = 3.9425 \text{ Millim.}$$

mithin

$$l = 739.6885 + 3.9425 \sin^2 \lambda \text{ Millim.}$$

Folgende Tafel gibt wieder die berechneten Pendellängen an, und ihre Abweichung von den beobachteten:

Station	Berechnete Pendellänge	Differenz
Formentera	741.2264 m.	— 0.0256
Figeac	741.6331	208
Bourdeaux	741.6488	401
Clermont	741.7134	82
Paris	741.9230	55
Dünkirchen	742.0720	50
Leith Fort	742.3967	167
Unst.	742.6901	330

II.

Vergleichung dieser Resultate mit den von Sabine gefundenen.

Aus allen diesen Untersuchungen ergibt sich, dass die 3 Reihen Pendelbeobachtungen die Ellipticität der Erde mit so wenig differirenden Werthen angeben, als man es kaum erwarten konnte. Cap. Sabine findet aber aus seinen Beobachtungen eine viel grössere Ellipticität, nämlich 0.00346. Er findet diesen Werth dadurch, dass er aus seinen Beobachtungen die Länge des Secundenpendels am Aequator, und seine Abnahme bis zum Pol nach der Methode der kleinsten Quadratsummen sucht. Ivory zeigt, dass diese Methode für den Werth der Ellipticität 0.003405 gibt, wenn man die Beobachtung in St. Thomas und Ascension weglässt und gar nur 0.00337, wenn nebst dieser auch noch Sierra Leone weggelassen wird. Man kann daraus wohl den Schluss ziehen, dass, weil die Genauig-

keit der Beobachtungen nicht in Zweifel gezogen werden kann, diese Unregelmässigkeiten von einer unregelmässigen Gestalt der Erde, oder von der Methode herrühren, nach welcher man die Ergebnisse der Beobachtungen in Rechnung brachte. Ivory zeigte in einem eigenen Aufsatze (Philos. mag. Oct. p. 241. e. f.) dass nach der von Sabine befolgten Methode sehr kleine Beobachtungsfehler auf die zu findende Ellipticität einen grossen Einfluss nehmen, und dass die früher angegebenen Berechnungsweisen den Vorzug verdienen.

III.

Ausdruck für die Länge des Secundenpendels.

Es sei $\triangle$ der Bruchtheil, welcher zu 39 Z. gesetzt werden muss, um den Werth von L. zu geben, mithin

$$L = 39 + \triangle.$$

Heissen eben so die beobachteten Pendellängen in den Breiten λ, λ', λ'' etc., $39 + \delta$, $39 + \delta'$, $39 + \delta''$ etc., e, e', e'' etc. die dabei begangenen Fehler; so hat man

$$\triangle + f\sin^2\lambda - \delta = e$$
$$\triangle + f\sin\ \lambda' - \delta' = e'$$
$$\triangle + f\sin^2\lambda'' - \delta'' = e''$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$

Heisst die Anzahl der Stationen n, und setzt man

$$\frac{\sin^2\lambda + \sin^2\lambda' + \sin^2\lambda''}{n} \text{ etc} = B, \quad \frac{\delta + \delta' + \delta''}{n} \text{ etc.} = A,$$

$$\frac{e + e' + e''}{2} \text{ etc.} = \sigma$$

so wird

$$\Delta + Bf - A = \sigma$$

Combinirt man Katers Beobachtungen mit denen von Sabine in Maranham, so bekommt man nach diesen Formeln

$$f = 0.20905$$

$$\Delta + 0.58082\, f - 0.13314 = \Delta - 0.01177 = \sigma$$

$$L = 39.01177 + \sigma$$

wo σ einen unbekannten Fehler von derselben Ordnung bezeichnet, wie der ist, womit die beobachteten Pendellängen behaftet sind.

Hall und Foster haben zu Rio Janeiro unter 22° 55′ 22″ B. die Länge des Secundenpendels bestimmt und ersterer dieselbe = 39.04381 Z. der zweite = 39.04368 gefunden, woraus sich ein Mittelwerth = 39.04374 Z. ergibt. Verbindet man diesen Werth mit Katers Beobachtungen, so bekommt man

$$f = 0.20850$$

$$L = 39.01214 + \sigma.$$

Dieselbe Beobachtung, dann eine zu Paramatta unter 33° 48′ 43″ s. B. wo die Pendellänge 39.07696 Z. beträgt, und 4 andere, die zu Neu-York, London, Unst und Spitzbergen angestellt wurden, und deren Resultate in den vorhergehenden Tafeln enthalten sind, geben nach derselben Methode:

$$f = 0.20933$$

$$L = 39.01196 + \sigma$$

Endlich findet man auf demselben Wege aus Beobachtungen zu Maranham, Trinidad, Bahia, Rio Janeiro, Paramatta, Formentera, Neu-York, Paris, London, Leith, Unst, Spitzbergen, deren Resulate aus dem vorhergehenden bekannt sind, nebst einer Beobachtung zu Madras (Breite 13° 4′ 9′ N″ Pendellänge

39.02338 Z) und zu San Blas (Br. 21°, 32′ 24″ N, Pendellänge 39,03881) die Werthe

$$f = 0.20939$$
$$L = 39.01192 + \sigma$$

Die drei nach so verschiedenen Beobachtungen berechneten Resultate stimmen so gut mit einander überein, dass sie auf eine grössere Annäherung der Gestalt der Erde an die eines elliptischen Sphäroides schliessen lassen, als man bis jetzt angenommen hat. Ivory hat nach derselben Methode die Pendellänge am Aequator und den Coefficienten f aus den in folgender Tabelle enthaltenen 25 Stationen mit Weglassung der ersten berechnet und gefunden,

$$f = 0.20835$$
$$L = 39.01178 + \sigma$$

Lässt man die letzte Ziffer im Werthe von L weg, weil ihrem Werthe die Summe der positiven und negativen Fehler nahe kommen mag, so bekommt man als Ausdruck für die Pendellänge in der Breite λ

$$l = 39.0117 + 0.20835 \sin^2\lambda \text{ eng. Z. } ^{*)}$$

Die von dieser Formel gegebene Abplattung beträgt 0.00331. Alle folgende Beobachtungen geben sie zwischen dieser Grösse und 0.00329, so dass man sie für 0.00330 oder $\frac{1}{303}$ annehmen kann.

In der folgenden Tabelle sieht man, wie nahe die nach dieser Formel berechneten Pendellängen mit den beobachteten zusammen stimmen, es sind aber die Beobachtungen zu Galopogos, St. Thomas, Ascension, Sierra Leone, Jamaica und Drontheim nicht aufgenommen, weil bei diesen die Differenzen 0.003 Z. übersteigen.

---

*) Nach Gregory's Mathematics for practical men verhält sich der engliche Zoll zum französischen wie 1 : 1,06578, daher gibt obige Formel die Lage des Secundenpendels in Pariser Zollen

$$l = 36.60389 + 0.19549 \sin^2\lambda. \quad (B).$$

Station	Breite	Pendellänge		Differenz	Beobachter
		beobachtete	berechnete		
Falklandsinsel	51°. 31′ 43″ 5	39. 13927	39. 13942	+ 0.00015	Dupperey
Paramatta	33 48 43	07696	07622	— 74	Brisbane
Rio Janeiro	22 55 22	04374	04331	— 43	Hall u. Foster
Bahia	12 59 21	02425	02223	— 202	Sabine
Maranham	2 31 43	01214	01210	— 4	„
Trinidad	10 38 56 N	01884	01881	— 3	„
Madras	13 4 9	02338	02235	— 103	Goldingham
San Blas	21 32 24	03881	03978	+ 97	Hall u. Foster
Formentera	38 39 56	09424	09297	— 127	Biot
Neu-York	40 42 43	10168	10034	— 134	Sabine
Figeac	44 36 45	11322	11447	+ 125	Biot
Bourdeaux	44 50 26	11303	11530	+ 227	„
Clermont	45 46 48	11809	11932	+ 123	„
Paris	48 50 14	12929	12979	+ 50	„
Dunnose	50 37 24	13614	13620	+ 6	Kater
Dünkirchen	51 2 10	13773	13767	— 6	Biot
London	51 31 8	13929	13938	+ 8	Kater
Arbury Hill	52 12 55	14250	14190	— 60	„

Station	Breite	Pendellänge		Differenz	Beobachter
		beobachtete	berechnete		
Clifton	53°. 27′ 43″	39. 14600	39. 14620	— 0.00020	Kater
Leith	55 58 41	15554	15483	— 71	„
Portsoy	57 40 59	16159	16051	— 108	Swanberg
Stockholm	59 20 34	16541	16588	47	Kater
Unst	60 45 28	17146	17034	112	Sabine
Hammerfest	70 40 5	19519	19722	203	„
Grönland	44 32 19	20335	20525	190	„
Spitzbergen	79 49 58	21469	21356	113	

III. Beobachtungen über die Abnahme der magnetischen Kraft der Erde von Hansteen.

(Edinb. Journ. of Science Nr. X)

Der horizontale Theil der magnetischen Kraft der Ende war in Christiania seit 1819, mithin durch sechs Jahre unverändert geblieben. Die Beobachtung von 300 Oscillationen meines unveränderlichen magnetischen Cylinders, die in dem Monate Jänner, wo das Maximum, und im Juni, wo das Minimum eintritt, täglich um 10½ Uhr Vormittags, und um 5—7 Uhr Nachmittags, in drei verschiedenen Stellen A, B, C meines Hauses gemacht wurden, gaben folgende Resultate:

Stelle	Zeit	Dauer von 300 Schwing. mitten im Monat	Mittelwerth aus dem Max. und Min.	Differenz zwischen dem Max. und dem Mittelw.
A	1819 December	825″.27	828″.11	5″.69
B	1820 Juni Juli	830.96	829.09	3.75
B	1821 Januar	827.21		
B	1821 Juni	830.93	829.07	3.72
B	1822 Januar	827.95	829.44	2.98
C	1822 Juni	——		
C	1823 Januar	825.36	827.63	4.54
C	1823 Juni	829.90	828.51	2.77
C	1824 Januar	827.13		
C	1824 Juni	829.24	828.18	2.11
	1825 Januar	——		
C	1825 Juni	829.98	829.16	1.64
C	1826 Januar	828.34		

Von diesen Ergebnissen lassen sich folgende Wahrheiten ableiten:

1. Die Intensität des Erdmagnetismus ist im Juni beständiger, als im Januar.

In den 6 Sommermonaten ändert sie sich nur zwischen 830''.96 und 829''.24 aber in den Wintermonathen zwischen 825''27 und 829''.98. Jedoch sind die regelmässigen täglichen Variationen, die zwischen 10 U. Vormittags und 6 — 7 Uhr Nachmittags Statt finden, im Juni grösser als im Januar, wo sie nicht grösser sind, als 0.2. In dieser Beziehung herrscht zwischen diesen Veränderungen und denen des Barometerstandes eine grosse Aehnlichkeit; denn bei letzteren sind auch die regelmässigen täglichen Variationen im Sommer grösser als im Winter, während von den regelmässigen das Gegentheil gilt. Ich glaube beide Phänomene, nämlich die regelmässigen täglichen Aenderungen des Barometerstandes und die der magnetischen Abweichung haben eine gemeinschaftliche Ursache zum Grunde, nämlich eine regelmässige Strömung der Atmosphäre, welche durch die Sonnenstrahlen an verschiedenen Puncten die Erdoberfläche hervorgebracht wird. Dieses Uebergehen einer grossen Luftmasse von einem Orte in den anderen afficirt das Barometer, und verschiedene Luftströme von verschiedener Temperatur und in verschiedenen Höhen bringen vielleicht eine schwache electro-magnetische Wirkung hervor, die auf die Richtung und Schwingungszeit einer Magnetnadel Einfluss nehmen kann. Daher müssen die regelmässigen Veränderungen im Sommer viel grösser seyn, weil da der Temperaturunterschied zwischen Tag und Nacht bedeutender ist. Indess bleibet dieses bis jetzt nur noch ein unbearbeiteter Gedanke.

2. Der Mittelwerth zwischen der grössten und geringsten Stärke der magnetischen Kraft ist so beständig, dass es schwer hält zu sagen; ob er von 1819 bis 1826 zu- oder abgenommen hat.

3. Der Unterschied zwischen Sommer und Winter ist sehr veränderlich, und scheint regelmässig von 1819 bis 1826 abgenommen zu haben; wahrscheinlich wird er in den folgenden Jahren wieder wachsen. In diesen Tagen (vom 1. bis 3. Juni), habe ich gefunden, dass die Dauer von 300 Schwingungen zwischen 832.″9 und 834″ varirt. Da aber einige Beobachtungen in offener Luft dasselbe Resultat gegeben haben, wie die im Juni der vorhergehenden Jahre angestellten, so besorge ich, dass die Localeinwirkungen im inneren Hause sich etwas geändert haben mögen, welches sich ausfortgesetzten Beobachtungen wird entnehmen lassen.

Weil der horizontal wirkende Theil des Erdmagnetismus in Christiania nahe constant ist, und die magnetische Neigung abnimmt, so folgt daraus, dass der gesammte Erdmagnetismus im Abnehmen begriffen sey.

Heisst die magnetische Kraft der Erde in einem bestimmten Orte F, der horizontal wirkende Theil derselben f, die magnetische Neigung i, die Zeit, in welcher eine horizontal schwingende Magnetnadel eine gewisse Anzahl Schwingungen macht, T, während F′, f′, i′ und T′ dieselben Grössen für einen andern Ort bezeichnen; so hat man

$$f = F.\cos.i \text{ oder } F = \frac{f}{\cos.i}.$$

Da nun i im Abnehmen, mithin cos.i im Wachsen begriffen ist, so muss F abnehmen. Ferner

$$f : f' = T'^2 : T^2 = F.\cos.i : F'.\cos.i'.$$

und

$$FT^2.\cos.i = F'.T'^2.\cos.i'.$$

Mithin $FT^2.\cos.i$ für dieselbe Magnetnadel auf der gesammten Erdoberfläche, und an demselben Platze zu verschiedenen Zeiten constant. Nennt man diese Constante $= C$, so erhält man:

$$(1) \quad FT^2.\cos.i = C \text{ oder } F = \frac{C}{T^2.\cos.i}.$$

Daher kann man C finden, wenn man an einem Platze F, T und i durch Beobachten sucht.

Differenzirt man die Gleichung (1), so findet man

$$(2) \quad \frac{dF}{F} + \frac{2dT}{T} - \text{tang.i.di} = 0.$$

Da in Europa di einen negativen Werth hat, so ändert das letzte Glied das Zeichen, und es kann die Gleichung nicht Null werden, ausser es ist $\frac{dF}{F}$ oder $\frac{2dT}{T}$, oder beide zusammen negativ. Ich habe in Christiania aus einer grossen Anzahl Beobachtungen gefunden:

im Jahre 1820	. .	$i = 72^\circ.\ 42'.6$
1825	. .	$i = 72^\circ.\ 26'.4$
Abnahme in 5 Jahren	.	$= 16'.2$
Jährliche Abnahme	. .	$= 3.21$

Aus den Beobachtungen, die Arago zu Paris, wo man nach Humboldt die Intensität des Erdmagnetismus $= 1.3482$ setzt, mit einem meiner Cylinder angestellt hat, fand ich log C $= 5.45065$; in Christiania ist im Freien nach einem Jahresdurchschnitt T nahe $= 814''.76$. Demnach erhält man mittelst der Gleichung (1)

für	1820	$F' =$	1.4306
	1825	$F' =$	1.4093
Mithin als Differ. f. 5 Jahre		$F' - F' =$	$-$ 0.0213
oder für ein Jahr		$dF =$	$-$0.00426

Setzt man in die Gleichung (2) $di = -3.24$, $dT = 0$, so findet man

$$\frac{dF}{F} = -0.003,\ dF = -F.\ 0.003 = -0.00426$$

Aus einer Vergleichung der Dauer von 300 Schwingungen meines magnetischen Cylinders zu London und Paris im Jahre 1819 mit der vom Capitän Kater und Arago im Jahre 1825 gefundenen finde ich folgende Differenzen:

	zu London		zu Paris
1819	776″.79		756″.19
1823 — —	775. 34	— —	753. 03
Differenz =	2″45	Differ. =	3″.16.

Ich muss gestehen, dass meine Beobachtungen nicht im Freien gemacht wurden, wie die im Jahre 1823, sondern in der Mitte eines grossen Raumes, in dem kein Eisen bemerklich war. Sie sind daher nicht ganz unverdächtig. Da aber im Jahre 1819 die Dauer von 300 Schwingungen in beiden Beobachtungsplätzen um 3″ länger ausfiel, als 1813; so nehme ich an, dass der Werth von F in London um 0″61, in Paris um 0″79 jährlich abnehme. Setzt man demnach für 1821 für Paris

$i = 68^\circ\ 23'$, $di = -3'84$, $T = 754''61$, $dT = -0''79$

für London

$i = 70^\circ\ 3'$ $di = -3'22$ $T = 776''56$, $dT = -0''61$

so erhält man nach der Formel (2)

für Paris $dF = -0.00098$

für London $dF = -0.00138$

Bei einer Vergleichung meiner zu Berlin angestellten Beobachtungen mit den ebendaselbst von Humboldt gemachten, finde ich, dass die Intensität des Erdmagnetismus im Abnehmen begriffen ist. Es ist nämlich:

in Christiania dF	=	— 0.00426
Berlin	=	— 0.00193
London	=	— 0.00138
Paris	=	— 0.00098

Daher scheint es, als wenn diese Abnahme in dem nördlichen und östlichen Theile von Europa grösser wäre, als in dem südlichen und westlichen, Die Ursache fällt mit der Abnahme der magnetischen Neigung und der Zunahme der westlichen Variation in denselben Orten zusammen, und liegt in der Bewegung des in Siberien befindlichen magnetischen Nordpoles gegen West zu. Diese bringt es mit sich, dass die magnetische Neigung und die Stärke des Erdmagnetismus in der Nähe dieses Poles mehr abnimmt, als in einiger Entfernung davon, und dass die horizontal schwebende Nadel mit ihrem Nordende mehr gegen den amerikanischen Pol hingelenkt wird. Weil aber dieser Pol selbst eine kleine Bewegung gegen Ost hat, so ist es wahrscheinlich, dass in dem nordwestlichen Theile des atlantischen Oceans, gegenwärtig in Island und Grönland die Intensität des Erdmagnetismus im Zunehmen ist. Die grösste Schwierigkeit bei Untersuchungen dieser Art liegt darin, einen Magnetcylinder zu bekommen, dessen Kraft keiner Aenderung unterliegt. Ich hoffe diese Schwierigkeit zu überwinden, und werde bei einer andern

Gelegenheit die Resultate meiner Bemühungen bekannt machen.

IV. Resultate mehrerer am 17. Juli 1826 angestellter, gleichzeitiger meteorologischer Beobachtungen.

(Fortsetzung und Schluss.)

Strahlende Wärme.

12.

Die strahlende Wärme wurde nach Brewsters Anweisung durch ein Quecksilberthermometer gemessen, dessen Kugel mit schwarzem Tuch bedeckt oder geschwärzt war, und das an einem offenen Orte beobachtet wurde, indem man es durch einige Blätter Papier vom Erdboden trennte. Man erhielt folgende Resultate nach Réaumur:

Stunde.	Beobachtungsstation.			
	Schnee-berg.	Laibach.	Leopolds-berg.	Wien.
1 Mor-		12.0	11.5	12.9
2 gens		12.5	10.9	13.1
3		12.5	11.2	12.8
4		11.75	13.6	12.5
5		11.5	11.2	12.8
6		13.0	17.2	15.6
7		13.0	13.6	16.0
8	8.5	15.0	20.2	19.0
9	10.5	15.66	19.7	20.1
10	14.3	16.0	24.5	20.9
11	14.8	16.5	23.7	28.2
12	16.3	17.75	22.5	25.6
1	12.5	18.25	29.7	23.4
2	11.7	19.33	26.4	25.7
3	8.5	17.0	18.0	19.8
4	8.8	18.3	25.2	19.6
5	7.8	16.5	26.0	14.3
6	6.0	16.0	19.4	13.8
7	5.5	16.0	16.0	13.3
8		14.75	13.7	12.8
9		14.5	13.2	12.0
10		14.0	12.5	13.0
11		13.0	12.5	12.2
12		13.0	12.8	12.2
				12.8

Zu Görz wurde die strahlende Warme nicht beobachtet.

Es wäre wohl interessant, die Stärke der Strahlung mit der jedesmaligen Sonnenhöhe zu vergleichen, allein dazu wäre eine dauernde directe Einwirkung der Sonnenstrahlen auf das Thermometer nothwendig, welche hier nicht Statt fand, weil Wolkenzüge nur selten eine solche Einwirkung gestatteten.

Die Luftelectricität wurde nicht beobachtet.

13.

Feuchtigkeitszustand der Luft.

Nach Brewsters Instruction musste die hygrometrische Beschaffenheit der Luft aus der Differenz des Standes zweier Thermometer abgenommen werden, deren eines frei im Schatten hing, während die Kugel des andern mit Musselin überzogen, und mit Wasser angefeuchtet war.

Folgende Tabelle gibt diese Differenz an, aus der man leicht den Stand des befeuchteten Thermometers selbst berechnen kann, indem man diese Angabe von der gleichzeitigen Temperatur, wie sie die Tabelle Seite 63 angibt, abzieht.

Stunde.	Station.				
	Schneeberg.	Laibach.	Leopoldsberg.	Wien.	Görz.
1 Mor-	4.°5 R.	0.50	1.5	0.8	1.7
2 gens	3.0	0.75	2.3	1.2	2.4
3	2 0	0.62	2.3	1.0	3.2
4	2.2	0.52	2.3	1.1	3.2
5	0.8	0.50	1.7	1.1	4 2
6	3.2	1.35	1.7	2.1	4.5
7	4.0	1.25	2.5	1.8	5.0
8	1.2	1.75	2.8	1.3	5.3
9	2.0	1.41	3.2	3.0	5 5
10	2.2	2.25	6.1	2.9	6.7
11	1.7	3.50	5.3	3.0	6.9
12	1.6	2.00	8.0	4 0	7.3
1	2.5	1.50	7.3	3.4	7.5
2	4.3	6.03	7.3	3.3	8.0
3	2.0	4.0	8.9	2.9	8.7
4	3.4	5.05	7.5	4.1	8.5
5	3.5	1.00	8.7	4.1	8.1
6	2.9	0.75	8.7	3.9	7.5

Stunde.	Station.				
	Schnee-berg.	Lai-bach.	Leo-polds-berg.	Wien.	Görz.
7	1.8	0.75	7.3	3.5	4.1
8	0.6	3.25	7.5	3.5	4.1
9	1.8	3.00	6.4	1.8	4.1
10	2.3	3.00	7.0	2.4	4.0
11	1.3	1.50	6.5	1.3	3.5
12	0.6	2.00	7.5	1.4	3.6

14.

Aus diesen Daten lässt sich die jedesmalige Spannkraft der Wasserdünste in der Luft und auch die Dunstmenge berechnen, die ein gegebenes Volumen Luft enthält. Anderson hat die Formeln zu diesem Behufe angegeben, die im ersten Bande dieser Zeitschrift enthalten sind. Nennt man das Maximum der Spannkraft, welche die Dünste bei der herrschenden Lufttemperatur haben können F, den Unterschied im Stande eines trokenen und eines befeuchteten Thermometers δ nach Fahrenheits-Scale, den Luftsdruck in Zollen ausgedrückt b; so ist die Spannkraft f der Dünste in der Luft durch die Formel

$$f = F - \frac{\frac{1}{6} b \delta}{180 - \frac{1}{2} \delta}$$

in englisehen Zollen ausgedrückt. Demnach gibt der mit dem Zeichen — behaftete Theil dieses Ausdruckes die Grösse, um welche die Spannkraft der vorhandenen Dünste vom Maximum entfernt ist. Wird dieser auf die bei unseren Beobachtungen gebrauchten Masse

nämlich auf die 80theilige Thermometerscale und auf Parisermass reducirt, so bekommt man den Ausdruck

$$\frac{\frac{1}{571} \, b \, \delta}{16.9 - \frac{1}{10} \, \delta}$$

oder wenn man $\frac{1}{10} \delta$ gegen 16.9 vernachlässiget

$$\frac{b \, \delta}{9654.4}$$

Mir schien es in meteorologischer Hinsicht interessanter zu wissen, wie sich während eines Tages die Grösse in verschiedenen Orten ändert, welche ausdrückt, wie weit die Spannkraft der vorhandenen Dünste vom Maximum entfernt ist, als die absolute Dunstmenge in einem gegebenen Volumen. Desshalb habe ich für alle 5 Beobachtungsstationen die Werthe von $b \, \delta$ berechnet, die man nur mit 9654.4 zu dividiren braucht, um die genannte Grösse zu finden; die aber den Feuchtigkeitszustand eben so gut ausdrückt, wie jene Grösse selbst. Hier folgen sie:

Zeit	Stationen.				
	Schnee-berg	Lai-bach	Leo-polds-berg.	Wien.	Görz.
1 Morgens	1228.5	160.8	482.4	263.8	566.9
2	817.8	241.3	739.4	395.6	800.4
3	545.2	199.4	739.7	329.7	1067.2
4	599.7	167.3	739.4	362.7	1066.8
5	218.1	160.6	546,4	362.7	1400.7
6	87.33	432.5	546.9	692.4	1500.7
7	1090.8	400.5	804.2	583.5	1668.0
8	327.5	660.0	889 9	429.4	1767 5
9	545.8	451.1	1029.1	989.1	1834.2
10	600.4	715.8	1962.3	957.0	2234.4
11	464.1	1121.4	1704.5	989.7	2301.1
12	436.8	639 8	2573.6	1318.8	2434.5
1	682.2	480.4	2348.4	1120.4	2501.2
2	1173.5	1912.2	2348.5	2090 6	2667.2
3	546.0	1278.4	2859.6	957.8	2898.8
4	928.2	1598.0	2412.0	1351.4	2837.2
5	1015.8	320.2	2804.0	1351.4	2698.9
6	791.7	240.2	2757.9	1385.4	2554.6
7	491.6	240.3	2348 4	1153.9	1369.4
8	163.9	1027.5	2401.2	1255.0	1370.2
9	491.9	964.5	2058.8	594.2	1370.6
10	628.6	995.5	2251.9	792.0	2336.0
11	355.3	482.7	2091.0	429.3	1272.1
12	323.9	645.4	2412.7	462.3	1171.1
Mittelwerth	638.7	648.3	1706.3	812.8	1770.6

15.

Aus dieser Tafel ersieht man, dass der Gang des Feuchtigkeitszustandes der Luft in Görz am regelmässigsten war. Die Spannkraft der Dünste entfernte sich vom Maximum von 1 Uhr Morgens sehr regelmässig bis 3 Uhr Nachmittags, wo sie am weitesten davon abstand, und näherte sich demselben wieder bis 9 Uhr Abends, wo sie fast eben so weit vom Maximum ent-

fernt war, als um 9 Uhr früh. Den unregelmässigsten Gang nahm die Feuchtigkeit am Leopoldsberge. Indess herrschte die grösste Trockenheit der Luft, (wenn man sie der Grösse direct proportionirt setzt, um welche die Spannkraft der vorhandenen Dünste von ihrem Maximum entfernt ist) in allen Stationen beinahe zu derselben Zeit, nämlich zu Görz, Wien und am Leopoldsberge um 3 Uhr, zu Laibach und am Schneeberge um 2 Uhr Nachmittags. Die grösste Feuchtigkeit herrschte zu Görz, zu Wien und am Leopoldsberge um 1 U., zu Laibach um 1 U. und 5 U. am Schneeberg um 5 Uhr früh, und um 8 U. Abends. Die grösste Differenz zwischen den zwei Extremen der Feuchtigkeit herrschte zu Görz, dann folgt Laibach, der Leopoldsberg, hierauf der Schneeberg und endlich Wien.

Wind und allgemeiner Charackter der Witterung.

16.

Die Richtungen des Windes giebt folgende Tabelle an:

Zeit	Stationen.				
	Schnee-berg	Lai-bach	Leo-polds-berg.	Wien.	Görz.
1 Morgens	NW	NNW	SO	NW	NO
2	NO	ONO	SO	—	NO
3	NO	ONO	O	—	NO
4	NNW	WSW	SO	—	ONO
5	—	N	—	—	O
6	—	NNO	—	—	—
7	—	NNO	—	—	W
8	—	SW	—	SW	SW

Zeit	Stationen.				
	Schnee-berg	Lai-bach	Leo-polds-berg.	Wien.	Görz.
9 Morgens	NNW	SW	SSO	NNO	SSO
10	—	OSO	SO	—	S
11	—	O	NSO	—	SO
12	—	SO	—	—	S
1	—	NNO	—	—	SSO
2	WNW	ONO	—	—	SW
3	W	ONO	—	—	O
4	W	N	—	SW	O
5	WNW	WSW	—	NW	O
6	NW	S	—	—	SSW
7	—	S	—	—	SSW
8	—	SSW	—	—	O
9	—	SW	—	—	O
10	—	SW	—	unmk.	N
11	—	SW	—		ONO
12	—	SW	—		ONO

Demnach war der Wind der Richtung nach am beständigsten in Wien, am veränderlichsten in Laibach. In Wien wurde ein 4maliger, am Schneeberg ein 5maliger, am Leopoldsberge ein 6maliger, in Görz ein 15maliger, und in Laibach ein 16maliger Wechsel beobachtet.

Der Zug der Wolken stimmte fast immer mit der Richtung des Windes überein.

17.

An allen Stationen begannen die Beobachtungen bei trübem Wetter und dicht bewölkten Himmel, nur in Görz sah man die Wolken (fedrige Schichtwolken) auf den Horizont beschränkt; am Schneeberge herrschte

starker Nebel. Gegen Ende der Beobachtungen hatten alle Stationen heiteren Himmel mit Ausnahme des Schneeberges, wo schon um 9 Uhr Abends der Nebel alle Aussicht raubte. In Wien und der Umgebung ging den Beobachtungen ein starker Gewitterregen voran, in Görz bemerkte man noch um 1 Uhr Morgens Wetterleuchten gegen W. N. W. und um 2 Uhr starkes Blitzen in W. Eben daselbst sah man um 4 und um 8 Uhr einen Regenbogen. In Laibach zeigte sich nach 5 Uhr früh eine Regengalle, um 11 Uhr früh ein farbenloser Sonnenhof, dessen Durchmesser mit einem Sextanten auf 23° 40′ bestimmt wurde. Er verschwand zwar nach 25 Minuten, wurde aber nach Verlauf von 10 M. durch einen anderen von 33° 41′ Durchmesser ersetzt. Um 10 U. 35 M. sah man einen Mondhof, an dem man die rothe, orange und blaue Farbe unterscheiden konnte.

V. Ueber das Daseyn einer Grenze der Verdünstung, von Faraday.

(Philos. Transact. 1826.)

Es ist bekannt, dass innerhalb der durch Erfahrungen ausgemittelten Grenzen Dünste, welche mit dem Körper in Berührung stehen, von dem sie aufsteigen, eine desto grössere Spannkraft haben, je höher ihre Temperatur ist, nnd dass diese Spannkraft kleiner wird, wenn die Temperatur sinkt. Man weiss auch, dass man durch den letzteren Umstand in den Stand gesetzt wird, Dünste von so geringer Spannung

zu erhalten, dass sie gar nicht mehr wahrgenommen werden können. Darum ist die Meinung auch häufig ja ich glaube allgemein verbreitet, dass stets von jedem Körper sich Dünste bilden, deren Spannkraft der niederen Temperatur, in der er sich befindet, entspricht. Dem gemäss setzt man voraus, dass jede Substanz, sie mag sich im luftleeren Raume befinden, oder von Dünsten oder Gas umgeben seyn, welche keine chemische Wirkung auf sie ausüben, von einer Dunstatmosphäre umgeben ist; ja man meint, unsere Atmosphäre enthalte kleine Dunstmengen von allen den Körpern, sogar von den Erden und Metallen, mit denen sie in Berührung ist. Ich glaube, man hat darauf sogar eine Theorie der Meteoriten gegründet.

Da man vielleicht die Sache nie recht genau betrachtet hat, so halte ich es für nicht uninteressant, zwei oder drei Gründe aus Versuchen anzugeben, die beweisen, dass sie sich nicht so verhalte. Der Gegenstand, den ich in den folgenden Zeilen im Auge behalten werde, bezieht sich darauf, zu zeigen, dass es für das Entstehen der Dünste von irgend einer Spannung aus Körpern, die sich in einem Vacuum befinden, oder von einem elastischen Mittel umgeben sind, eine gewisse Grenze gibt, die nicht überschritten wird.

Wollaston *) hat bewiesen, dass unsere Atmosphäre sich nicht ins Unendliche erstrecke, sondern dort ein Ende habe, wo die Ausdehnsamkeit der Luft der Schwere das Gleichgewicht hält. Entfernt man

---

*) Gilberts Annalen B. 72 S. 37. In demselben Werke B. 62 S. 309 finden deutsche Leser eine noch gediegenere Abhandlung über denselben Gegenstand von Prof. Schmidt in Giessen.

sich von der Erdoberfläche nach aufwärts, so wird die Luft, wegen des stufenweise abnehmenden Druckes der oben aufliegenden Schichten, immer dünner, und daher immer weniger ausdehnsam. Ist die Ausdehnsamkeit einmal so weit vermindert, dass sie nicht mehr die Schwere übertrifft, so muss die Atmosphäre ein Ende haben.

Sieht man diesen Stand der Dinge als bewiesen an, so hat die Luft an der Grenze der Atmosphäre einen gewissen Grad der Ausdehnsamkeit, und wiewohl dieser hier nicht geringer seyn kann, so braucht doch nur eine Luftportion von der Erde weiter entfernt, oder die Schwere auf irgend eine andere Weise vermindert zu werden, um eine Ausdehnung derselben, und eine noch kleinere Spannkraft zu erzielen; bei der Wiederkehr der vorigen Schwere, welches entweder durch Annäherung an die Erde, oder auf irgend eine andere Weise bewirkt werden kann, nähern sich aber die Theile einander wieder so lange, bis die Ausdehnsamkeit der Schwere gleich ist.

In so fern Gase und Dünste durch blosse Ausdehnung und Verdünnung keine Aenderung erleiden, welche die Analogie stören könnte, die zwischen ihnen bei ihrem permanenten Stande unter den gewöhnlichen Verhältnissen herrscht; so können alle Erscheinungen, die in der Luft an der Grenze der Atmosphäre Statt finden mögen, auch mit Rücksicht auf die Dünste unter ähnlichen Umständen im Allgemeinen eintreten; denn wir haben keinen Grund, vorauszusetzen, dass die Theilchen irgend eines Dampfes der Schwere weniger unterliegen, als die eines anderen, obschon sich die Kraft mit dem Gewichte und der Elasticität der Theil-

chen jeder einzelnen Substanz ändern mag, und sich ohne Zweifel wirklich ändert.

Es ist also klar, dass die Schwere ähnliche Wirkungen bei Luft oder Dünsten hervorbringt, die auf einen sehr geringen Grad von Spannkraft gebracht sind, durch welche Mittel man sie auch in diesen Zustand der Verdünnung gebracht haben mag. Ist die Luft in den untersten Regionen mittelst einer Luftpumpe so weit verdünnt, wie am Ende der Atmosphäre, so gilt von ihr etwas Aehnliches. Hielte bei einer gewissen Verdünnung die Schwere dieser Ausdehnsamkeit gerade da das Gleichgewicht, wo sie den ganzen Recipienten ausfüllt, so wird, wenn man die Hälfte derselben wegnimmt, der Rest nicht mehr das ganze Gefäss ausfüllen, sondern sich in die untere Hälfte desselben begeben, damit wieder die Spannkraft der Schwere gleich komme. Dieses ist eine nothwendige Folge von Wollastons Gründen.

Es gibt aber noch ein anderes Mittel, die Spannkraft der Dünste herabzusetzen, nämlich die Verminderung der Temperatur. Durch die verhältnissmässig geringen Aenderungen der Temperatur, die wir hervorzubringen im Stande sind, kann man an sehr elastischen Substanzen, wie z. B. Luft und einige andere Gase sind, keine andere Veränderung auf der Erdoberfläche hervorbringen, als eine geringe Verminderung ihrer Ausdehnsamkeit, aber zwei oder drei derselben wie die schwefelige Säure und das Chlor hat man dadurch in tropfbare Flüssigkeiten verwandelt; hingegen bei unzähligen anderen Körpern ist das Bestreben, die Dunstform anzunehmen, so gering, dass die bei der gewöhnlichen Tempera-

tur entstandenen Dünste fast eine so geringe Dichte haben, wie die Luft an der Grenze der Atmosphäre. Bei diesen kann eine Temperaturverminderung, wie sie uns zu Gebote steht, wohl hinreichen, ihre Spannkraft kleiner zu machen, als ihre Schwere, in welchem Falle sie dann ganz verdichtet werden könnte. Man hat Silber in heftigem vom Sauerstoffgas angefachten Kohlenfeuer, oder in der Flamme des Knallgebläses oder des Alkohols, die durch künstlich zugeführten Sauerstoff genährt wird, in Dämpfe verwandelt; aber etwas unter der Weissglühhitze war die Spannkraft dieses Dampfes schon so gering, dass man sich von seinem Daseyn durch die empfindlichsten Proben nicht überzeugen konnte. Man nehme an, es habe sich bei dieser Temperatur Dunst von einer bestimmten Spannkraft gebildet; so muss diese sich erstaunlich vermindert haben, bis das Metall die Rothglühhitze angenommen hat, und ich glaube, man kann es kaum für möglich halten, dass das Silber eher die gewöhnliche Lufttemperatur angenommen hat, als die Spannkraft der daraus sich bildenden Dünste durch ihre stufenweise Abnahme, selbst ohne Einfluss anderer Umstände, der Schwere gleich geworden ist. Von dem Augenblicke an, wo dieser Fall eintritt, hat das Verdünsten ein Ende, und das Metall erscheint bei jeder geringeren Temperatur als fix.

Ich habe Silber zum Beispiele gewählt, weil wegen der hohen Temperatur, die es braucht, um wahrnehmbare Dünste zu geben, kein Zweifel übrig bleiben kann, dass die Temperatur, bei welcher die Spannkraft der Schwere gleich kommt, weit über der gewöhnlichen liegt, und noch von uns erzeugt werden

kann. Man hat aber Grund anzunehmen, dass die Gleichheit dieser Kräfte bei flüchtigeren Stoffen als das Silber ist, wie bei jenen, die unter 600° oder 700° F. (252° $\frac{4}{9}$, oder 296° $\frac{8}{9}$ R.) sieden, bei oder oberhalb der gewöhnlichen Lufttemperatur Statt finde.

Ich habe schon früher*) bemerkt, dass ich, als ich in ein reines trockenes Gefäss reines Quecksilber gab, an dem unteren Theil des dasselbe verschliessenden Propfes ein Goldplättchen befestigte, und das ganze einige Monate lang bei einer Temperatur von 60°—80° F. (12° $\frac{4}{9}$—21° $\frac{1}{3}$ R.) stehen liess, das Plättchen mit weissem Amalgam überzogen fand, zum Beweise, dass vom Quecksilber Dünste aufgestiegen seyen; als ich aber denselben Versuch im Winter von 1824 auf 1825 machte, konnte ich diese Wirkung nicht erfahren, ungeachtet das Goldplättchen nahe an das Quecksilber gebracht wurde, und ich bin geneigt zu glauben, desshalb, weil die Spannkraft der Dünste, welche das Quecksilber bei dieser Temperatur geben konnte, geringer war, als die Schwere, und dass daher das Quecksilber vollkommen fix war.

Sir Humphry Davy hat bei seinen Versuchen**) über die Electricität im Vacuum gefunden, dass weder die Leitungsfähigkeit noch die Lichtphänomene eine Aenderung erlitten, sobald die Temperatur des über Quecksilber gebildeten Vacuums auf 20° F. (5° $\frac{1}{3}$ R.) gesunken war, wenn sie auch auf —20° F. (—23° $\frac{1}{9}$ R.) herabgesetzt wurde, und dass diese Erscheinungen nahe von derselben Intensität waren, wie in dem über

*) Quarterly Journal of Science X. 354.

**) Phil. Trans. 1822, und daraus in Gilberts Annalen B. 72 S. 357.

Zinn gemachten Vacuum. Dieses mit dem vorhergehenden verbunden, führt zu dem Schlusse, dass auf die genannten Phänomene kein Metalldunst Einfluss nahm, mithin aus Quecksilber sich keiner unter 20° F. (5° $\frac{1}{3}$ R.) entwickelte.

Concentrirte Schwefelsäure siedet bei mehr als 600° F. (252° R.), bei etwas geringerer Temperatur vermindert sich die Spannkraft der Dünste sehr stark. Bellani brachte am oberen Theile eines geschlossenen Gefäses, das concentrirte Schwefelsäure enthielt, eine dünne Zinkplatte an, und bemerkte nach zwei Jahren keine Aenderung daran, indem das Zink noch so rein war, wie im Anfange, zum Beweise, dass Schwefelsäure bei der gewöhnlichen Temperatur als fix anzusehen ist. Daraus schliesse ich, dass die Spannkraft der Dünste, die sich bilden wollten, schon von der Schwere überwältiget war.

Man mag es nun zugeben oder nicht, dass bei diesen Versuchen der Verdünstung nach den dargestellten Grundsätzen Einhalt gethan war: so kann man es doch schwerlich in Zweifel ziehen, dass dieses bei der gewöhnlichen Temperatur, selbst bei Silber und anderen Körpern Statt fand, die eine hohe Temperatur vertragen, ohne sich zu verflüchtigen, wie Platin, Gold, Eisen, Nickel, Silicium, Alumnium, Kohle etc., und dass bei dieser Temperatur von den Körpern kein Dunst sich bildet und sie umgibt, daher sie völlig fix seyen; mithin dass keiner auch in der Atmosphäre als Dunst bestehen kann.

Es gibt aber ausser der Schwere noch eine andere von ihr, wenigstens von der Erdschwere, unabhängige Kraft, die mir dazu hinreichend zu seyn

scheint, eine Spannkraft von gewisser Grösse zu überwältigen, und die daher dazu geeignet wäre, Dünste von geringer Spannkraft zu condensiren, wenn auch dieses nicht durch die Schwere geschähe; ich meine das Bestreben nach Cohärenz (Force of homogenous attraction).

Ich brachte in eine reine Glasröhre, die etwa ½ Z. im Durchmesser hatte, ein Stück Kampfer, verengte sie etwa 4 Z. über einem Ende bei der Lampe, machte sie luftleer und schloss sie dann am verengten Theile luftdicht. Als ich den Kampfer an einem Ende der Röhre gesammelt hatte, brachte ich sie in eine zweckmässige Stellung, erkältete das andere Ende ein wenig, indem ich es mit einem Stück Fliesspapier bedeckte, dem von einem Wasserbehälter mittelst eines Baumwollfadens Feuchtigkeit zugeführt wurde, um dadurch einen Temperaturunterschied von wenigen Graden an den beiden Extremitäten zu erzwecken. Nach einigen Tagen hatten sich ein oder zwei Nadelförmige Kampferkrystalle im kalten Theile abgesetzt, sie vermehrten sich in der Folge nur noch um einen oder zwei, wuchsen aber an Grösse, so lange der Versuch ungestört dauerte, ohne dass deren neue gebildet worden wären, wiewohl der Temperaturunterschied bedeutend war.

Eine kleine Aufmerksamkeit reichte hin, einzusehen, dass die zuerst im kalten Theile gebildeten Krystalle die Kraft hatten, die Spannung der Kampferkrystalle bis zu dem Grade zu vermindern, wo sie unverändert das Glas berühren oder im Raume existiren konnten. Die Spannkraft, welche der Dunst im kälteren Theile hat und die er selbst in Berührung mit

dem Glase behalten kann; kann nicht in Berührung mit den Krystallen fortdauern, hier wird er verdichtet und er vermehret die Masse der Krystalle. Dieses kann aber nur der Fall seyn, wenn der Krystall die Kraft besitzt, andere Theile anzuziehen, und der Versuch zeigt, dass diese Kraft hinreicht, eine Spannkraft von gewisser Grösse zu überwinden. Man begreift daher leicht, dass bei einer Verminderung der Temperatur eines Körpers und seiner Dunstatmosphäre die Spannkraft des letzteren herabgesetzt werden kann, bis sie kleiner ist, als die Anziehung, welche die Theile der festen Masse auf die mit ihr homogenen dunstförmigen ausüben, und sie so gänzlich condensiren.

Diesen Versuch kann man mit Jod und vielen anderen Substanzen machen. Es gibt wirklich keinen Fall, wo eine bestimmte Krystallisation durch Sublimation eintritt, bei dem sich nicht die Kraft einer festen Masse zeigt, Dünste von geringer Spannkraft aus demselben Materiale zu condensiren. Es wird also das Daseyn dieser Kraft durch Auflösungen krystallisirbarer Massen erläutert, wo sich aus der Auflösung selbst dann auf einen Krystall etwas absetzt, wenn anderwärts kein Absatz erfolgt. Man kann sich wohl denken, dass in verdünnten Dünsten die Krystallisation schwerlich so Statt haben dürfte, wie in den dichten der vorigen Versuche. Jedoch ist dieses kein hinreichender Grund zur Annahme einer Differenz in dem Bestreben nach Cohärenz fester Körper, die von der Spannkraft ihrer Dünste abhängt. Eigentlich habe ich bei meinem Verfahren dieses Bestreben durch Verminderung der Temperatur gesteigert.

Diese Gründe machten mich glauben, dass es ei-

ne Grenze der Verdünstung gebe. Wenn ich auf rechtem Wege bin, so gibt es zwei Ursachen, deren jede allein hinreicht, Dünste von gewisser Spannkraft zu zerstören und wovon beide zusammen viele Substanzen auf der Erde fix machen. Ich habe die Gründe für die Annahme dargethan, dass zwei benannte Körper, die über 600° F. sieden, innerhalb der Grenze einer uns zu Gebothe stehenden Temperatur fix sind, und zweifle nicht, dass alle bekannte Metalle, die Erden, der Kohlenstoff, viele Metalloxyde und der grösste Theil ihrer Zusammensetzungen bei der gewöhnlichen Temperatur fix seyen. Man könnte gegen diese Behauptung den Geruch anführen, den einige Metalle von sich geben, wenn man sie reibt, indess sind die Umstände, unter welchen sich dieser Geruch entwickelt, nicht von der Art, dass sie mich von meiner Meinung abbringen könnten.

Ich enthalte mich, meine Ansicht, wie ich leicht könnte, auf die atomistische Theorie auszudehnen, ich wünsche vielmehr, dass Männer von Kenntnissen sie genehmigen oder zu Recht weisen möchten. Es genügt mir, mehrere Versuche über diesen Gegenstand besonders über solche Körper angeführt zu haben, die schon bei der gewöhnlichen Temperatur oder etwa darunter fix werden. Capitän Franklin hat in den kalten Regionen, in der er reiset, mehrere Versuche zu machen versprochen, und wird bei seiner Rückkehr ohne Zweifel Beiträge zu diesem Gegenstand mitbringen.

VI. Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

1.

Drummond's Apparat, um das Licht des glühenden Kalkes auf grosse Entfernungen sichtbar zu machen.

(Edinb. Journ. of Science. Nr. X.)

Im ersten Band dieser Zeitschrift war von der Intensität des Lichtes die Rede, welches ein Stück Kalk in einer von Sauerstoffgas angefachten Weingeistflamme aussendet und welches man zum Behufe der Feuersignale bei geodätischen Vermessungen empfahl. Fig. 1 stellt den Apparat vor, wie ihn Drummond zu diesem Zwecke ausführen liess. A ist ein Hohlspiegel, in dessen Brennpuncte sich das Kalkkügelchen befindet. Es ruht auf einem Postamente; B ist ein Gefäss hinter dem Spiegel, welches den Weingeist enthält, der zur Ernährung der Flamme mittelst der Röhre aus Cautschouc C in den cylindrischen Theil D und von diesem mittelst 3 anderen Röhren gegen den Kalk hingeleitet wird, E erhält das Sauerstoffgas, aus einem eigenen Behälter mittelst der Cautschoucröhre G und sendet dasselbe durch drei andere Röhren in die Weingeistflamme. Fig. 2 stellt denselben Apparat etwas grösser und zur grösseren Deutlichkeit ohne Reflector vor. In dieser ist H das Kalkkügelchen, a, a, a die Röhren, welche den Weingeist aus der grösseren Röhre erhalten, und ihn gegen das Kügelchen leiten.

Die Ansatzröhre bekommt denselben aus dem Behälter B (fig. 1). F ist hier wie in Fig. 1 das cylindrische Gefäss, welches durch die Seitenröhre das Sauerstoffgas erhält. Das dreiarmige mit drei Einschnitten und eben so vielen Klemmschrauben versehene Mittelstück dienet dazu, um den Cautschoucröhren, welche der Flamme Oxygengas zuführen, die rechte Entfernung vom Kalkkügelchen zu geben. Endlich ist die Bodenplatte L mit horizontalen Stellschrauben versehen, um dem Apparat, wenn er mit dem Hohlspiegel in Verbindung steht, eine solche Richtung geben zu können, damit das Kalkkügelchen genau in dessen Brennpuncte stehe. Fig. 1 ist im achzehnten Theil Fig. 2 im vierten Theile seiner natürlichen Grösse verzeichnet. Die Kalkkugel ist hinreichend gross, wenn sie $\frac{1}{4}$ Zoll im Durchmesser hat.

Es ist nicht zu läugnen, dass Drummonds Apparat etwas einfacher und dadurch transportabler würde, wenn man das cylindrische Gefäss F mit Schlusshähnen versehen würde, an die man eine Druckpumpe anschrauben könnte. Denn dann könnte man in diesem Gefässe das Sauerstoffgas so verdichten, dass es längere Zeit die Flamme nähren könnte, ohne nachfüllen zu dürfen.

2.

Eine sich selbst nährende Gaslampe.

(Edinb. Journ. Nr. X.)

Diese Lampe ist in Fig. 3 dargestellt. A ist das Gefäss für Oehl, Weingeist etc. etc. welches durch den

Trichter B gefüllt werden kann, C ein Raum, in welchen etwas von der in Gas verwandelbaren Flüssigkeit gelangen kann, der aber übrigens wohl verschlossen ist, D ein metallenes Gefäss, das gegen innen mit rinnenförmigen Vertiefungen versehen ist, welche durch punctirte Linien angezeigt sind, damit in dieselben das in den Raum C hineinfliessende Oehl sich sammeln kann, und der Anhäufung desselben am Boden vorgebeugt werde. E ist ein metallener Schirm. G sind die Röhren, welche das Gas aus C zu den 2 Brandöffnungen F leiten, welche mit den gewöhnlichen gläsernen Zugröhren versehen sind. H ist ein Metallkolben, welcher in die Höhlung des Gefässes D passt. Macht man diesen Kolben rothglühend, und hält ihn dann in die für ihn bestimmte Oeffnung D, öffnet den Hahn L, damit etwas Oehl oder Weingeist nach C gelange, so wird diese Flüssigkeit in Gas verwandelt; dieses geht durch G nach F und kann daselbst angezündet werden. Die beim Verbrennen entwickelte Hitze, welche durch den Schirm E zusammen gehalten wird, wirket so auf den Körper D, dass die fernere Verwandlung der Flüssigkeit in Gas dadurch unterhalten wird, und so das Brennen in F fortdauern kann.

3.

Barometer zur Bestimmuug des Luftdruckes zu jeder Stunde, selbst während der Abwesenheit des Beobachters von Blackadder.

(Edinb. Transaet. 18.6. p. II.)

Das Barometer, welches Blackadder zum genannten Zwecke vorgeschlagen hat, und auch ausfüh-

ren liess, und welches sehr gute Dienste thun soll, unterscheidet sich von einem gewöhnlichen Gefäss-Barometer dadurch, dass es ein weites Gefäss von Eisen hat, dessen Durchmesser über 2 Zoll beträgt, und das fast ganz mit Quecksilber angefüllet ist. Zu einer bestimmten Zeit, in welcher der Luftdruck bestimmt werden soll, wird die Communication zwischen der äusseren Luft und der im Gefässe aufgehoben, und die Quecksilbersäule kann von diesem Augenblick an nur jene Veränderung erleiden, die auf Rechnung der Aenderung der Temperatur des Quecksilbers und der im Gefässe eingeschlossenen Luftmasse kommt, die unter obiger Voraussetzung, wo das Gefäss fast ganz mit Quecksilber angefüllt ist, nicht von grossem Belange seyn kann. Fig. 4 stellt ein solches Barometer im Durchschnitte vor, dessen Hauptbestandtheile man leicht aus der Zeichnung erkennt. Am Boden des Gefässes ist eine Oeffnung angebracht, wodurch man das Quecksilber in die Röhre und in das Gefäss bringt, und die man hierauf wieder mittelst der Schraube a verschliesst; c ist eine feine Oeffnung an einer Röhre, durch welche die Luft den Zutritt zum Quecksilber hat. Auf diese Röhre lässt sich das Stück f anschrauben, das mit einem Hahn versehen ist, durch dessen Wendung man die äussere Luft absperrt. Dieses Wenden des Hahnes wird durch ein Uhrwerk hervorgebracht, das zu einer gegebenen Stunde auf den Arm h, und dadurch anf den Hahn wirkt. Man kann sehr wohl mehrere so eingerichtete Barometer neben einander anbringen, und mittelst eines Uhrwerkes zu bestimmten Zeiten einen Hahn nach dem anderen drehen lassen und so z. B. nach jeder Stunde ein Baro-

meter von der ferneren Einwirkung der Luft befreien. Fig. 5 stellt einen solchen Apparat vor. Er besteht aus einer hohlen cylindrischen Säule von 4 ½ Z. im Durchmesser und 54 Z. Höhe. Die Basis kann 2 Z. Höhe und einen Durchmesser von 6 ½ Z. haben. Diese wird nach der Länge mit so vielen von einander gleichweit abstehenden rinnenförmigen Vertiefungen versehen, als man Barometer daran anbringen will, z. B. mit 7. Die Gefässe aller dieser Barometer befinden sich in der Basis und sind so gestellt, dass die Hähne inwendig in einem Kreise herumstehen. Eben daselbst kann sich ein Rad mittelst eines Uhrwerkes in einer gegebenen Zeit einmal herumdrehen und so jede Stunde einen anderen Hahn schliessen. Man kann sich leicht eine Einrichtung denken, wo dasselbe mit Barometern geschieht, die sich auf einer ebenen Fläche befinden.

4.

Ein Thermometer und Hygrometer von ebendemselben.

(Edinb. nous Phylos. Journ. n. 2.)

Blackadder hat in einer Abhandlung, aus welcher das vorgehende Instrument entnommen ist, die Grundsätze entwickelt, nach denen die meteorologischen Instrumente, das Barometer, Thermometer und Hygrometer verfertiget werden müssen, wenn sie den Beobachter in den Stand setzen sollen, den zu einer bestimmten Stunde Statt findenden Stand auch noch nach Verlauf derselben zu erkennen. Erst viel später hat er in der oben angegebenen Quelle die Zeichnungen zu den Vorschlägen über Thermometer und Hygrometer geliefert, die hier, wie ich hoffe, klärer beschrieben sind, als im Originale.

Ein Weingeistthermometer lässt sich bekanntlich umkehren, ohne dass dadurch die Weingeistsäule bis

zum Ende der Röhre hinabsinkt. Enthält es eine kleine bewegliche Glasmarke, so wird auch diese an der Oberfläche der flüssigen Säule schweben bleiben und derselben vermöge der Adhäsion folgen, wenn diese sich auch wegen der Aenderungen der Temperatur verkürzt oder verlängert. So wie aber das Thermometer eine horizontale Lage annimmt, liegt die Glasmarke an der Seite der Röhre an und folgt der flüssigen Säule nur bei ihrer Verkürzung, keineswegs aber bei ihrer Verlängerung. Will man daher den Stand eines Weingeistthermometers zu einer bestimmten Stunde auch nach Verlauf derselben noch erkennen, so dürfte man nur eine Vorrichtung anbringen, welche im bestimmten Augenblicke das Thermometer in eine horizontale Lage bringt und verhüten, dass es von diesem Augenblick an keiner niedrigeren Temperatur ausgesetzt wird, als im Augenblicke des Umschlagens Statt hatte.

Auf einem gleichen Grundsatze beruht auch die Einrichtung eines Hygrometers. Bekanntlich lässt sich der Feuchtigkeitszustand der Luft aus der Differenz im Stande zweier Thermometer abnehmen, deren eines mit Wasser befeuchtet ist. Werden nun 2 solche Instrumente zu einer bestimmten Zeit aus der verticalen Lage in die horizontale gebracht, und dann das fernere Verkürzen der Weingeistsäulen verhütet; so lässt sich auch noch in jeder späteren Zeit der früher Statt findende Stand aus der Lage der Glasmarke in ihnen erkennen. Die Vorrichtungen, wodurch dieses geleistet werden kann, sind in Fig. 6, 7, 8 abgebildet.

Fig. 6 stellt ein Hygrometer vor, welches Blackadder ein atmizomisches nennt. a ist eine verti-

cale Leiste, auf welcher zwei Thermometer befestiget sind, und daselbst auch ihre Scalen haben. Sie werden in ihrer verticalen Lage durch den Hebel c erhalten, der in einen hakenförmigen Vorsprung der Leiste eingreift, und mittelst einer Feder d angedrückt wird. f ist ein Wasserbehälter, der in einem von der Stange h getragenen Ringe fest sitzt, und durch dessen Boden ein gläsernes Haarröhrchen g geht, aus dessen unterer Oeffnung Wasser auf die Kugel des einen Thermometers tröpfelt. Das Röhrchen geht durch einen Korkstoppel, und kann so regulirt werden, dass es gerade die rechte Wassermenge liefert. e ist eine Welle, welche mit einem Uhrwerke in Verbindung steht, und durch dasselbe umgedreht wird. Zur bestimmten Stunde drückt ein daran befestigter Däumling an den Hebel, hebt denselben, und macht dadurch die Thermometer von demselben frei. Sobald dieses erfolgt, fallen sie in die Lage b, die Kugeln dringen in das Gefäss k, durch welches die mittelst einer Lampe erwärmte Luft streicht, und beide Thermometer über die Temperatur der Atmosphäre erwärmt.

Zum thermometrischen Gebrauche ist natürlich nur ein Thermometer nöthig, und es kann auch der Wasserbehälter f wegbleiben.

Will man den Thermometerstand zu mehreren bestimmten Stunden des Tages kennen lernen, und doch nur einmal die Beobachtung machen, so braucht man nur mehrere Thermometer neben einander anzubringen, für jeden einen eigenen Hebel einzurichten, und die Welle e mit eben so vielen Däumlingen zu versehen, damit zu jeder bestimmten Stunde ein Thermometer in die horizontale Lage gebracht werde.

Fig. 7 stellt diese Vorrichtung mit sieben Thermometern nach ihrer inneren Einrichtung vor, die keiner weitern Beschreibung bedarf, als dass a die Welle ist, b einer der sieben Hebel, h der Raum, durch welchen die warme Luft geht, oder in der sich ein durch die Lampe erwärmtes Wasser befindet, n dünne Röhren aus Metall, welche in den Raum h hineindringen, und zur Aufnahme der Thermometerkugeln dienen, g Klappen, welche die Röhre schliessen, so lange die Thermometer vertical stehen. Jede Klappe wird in dieser Lage durch einen am äussersten Ende hakenförmig gebogenen Draht f gehalten, der mit dem zu demselben Thermometer gehörigen Hebel in Verbindung steht. So wie der Hebel herabgedrückt wird, und das Thermometer umschlagen will, wird die Klappe von diesem Haken frei, und eine Feder p öffnet dieselbe.

Fig. 8 zeigt denselben Apparat mit sieben Thermometern von Aussen. Drei Thermometer stehen horizontal, die übrigen haben noch die verticale Lage. Eben so sind drei Klappen offen und vier geschlossen. Es bedarf wohl keiner weiteren Erklärung, als dass c ein wasserdichter Glasschrank sey, d die Röhre, durch welche die warme Luft von der Lampe in das dazu bestimmte Gefäss oder zu dem zu erwärmenden Wasser führt, e ein Kamin für die Lampe.

B l a c k a d d e r empfiehlt zu diesen Thermometern alten, ungefärbten, öfters filtrirten Weingeist, weil sich von diesem nie etwas absetzt, welches den Gang der Glasmarke stören kann.

VII. Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

(Fortsetzung der Optik.)

Eigentlicher Sitz des Sehens.

Wallan *) glaubt aus mehreren Erscheinungen den Schluss ziehen zu können, dass, wenn man mit einem oder mit beiden Augen nach einem Gegenstande hinsieht, eine besondere und eine allgemeine Empfindung Statt finde. Vermög ersterer sieht das Auge deutlich (dictincly) nur einen einzelnen Punct, der grösser oder kleiner ist, je nachdem das bemerkte Object eine kleinere oder grössere Entfernung vom Auge hat; vermög der letzteren unterscheidet das Auge undeutlich ein bedeutendes Feld, dessen Grösse sich nach seiner besonderen Constitution, und der einwirkenden Lichtmenge, mithin nach der Convexität der Hornhaut, und nach der Erweiterung und Verengung der Pupille richtet. Die besondere Empfindung hat ihren Sitz an der Basis des optischen Nerves, die allgemeine an der Netzhaut. Die Erscheinungen, woraus dieser Schluss gezogen wird, sind: Man verzeichne auf einem Papier einen Punct, beschreibe um ihn, als das Centrum, mehrere Kreise, deren Halbmesser unter einem Zoll sind, halte dieses Papier in einer Entfernung von 3 — 6 Zoll vom Auge; so erblickt man nur den Mittelpunct der

*) Annals of Philos. Octob. 1825.

Kreise in demselben Augenblicke deutlich, und wenn man auch auf den kleinsten Kreis sieht, so entgeht einem doch der Mittelpunct. Wallan sah den Mond, als er 22° über dem westlichen Horizont stand, mit einer Planconvexlinse an, die er ans rechte Auge hielt, und bemerkte mit derselben einen nebelichten Lichtkreis innerhalb dessen, und zwar gegen die rechte Seite zu, ein vollkommenes Bild des Mondes sich befand, das an Lichtstärke den vorigen Kreis gerade um so viel übertraf, dass man es davon unterscheiden konnte. Hielt er das Glas an das linke Auge, so war der Effect genau derselbe, nur mit dem Unterschiede, dass das deutliche Bild des Mondes etwas näher an dem Mittelpuncte des Lichtkreises sich befand. Beim Lesen behauptet Wallan, kann man nur immer einen Buchstaben auf einmal sehen, und nur dadurch zur Kenntniss einer ganzen Sylbe oder eines Wortes gelangen, dass man die bereits vorbeigegangenen Buchstaben im Gedächtnisse behält.

Unfähigkeit, gewisse Farben zu erkennen.

Harvey*) erzählt von einem Manne von 60 Jahren, der einige Farben gar nicht zu unterscheiden im Stande war. Er erkannte mit völliger Sicherheit nur weiss, gelb und grau, über die übrigen Farben konnte er keinen sicheren Ausspruch thun, und verwechselte oft eine mit der anderen. Schwarz hielt er oft für grün, manchmal auch für carminroth, dunkelblau erschien ihm roth und schwarz; die graue vom mittleren Tone carminroth; purpurroth hielt er für blau,

*) Philos. magaz. Sept. 18:6.

ausser wenn es recht hellroth war, grün verwechselte er mit schwarz und braun, orange war ihm braun, ausser wenn es sehr hell war, in welchem Falle er es für gelb erklärte. Roth erschien ihm blau und braun grün. In einem vollkommenen prismatischen Farbenbilde konnte er nur zwei Farben, nämlich gelb und lichtblau unterscheiden, das lebhafte Roth bemerkte er gar nicht. Dabei sind seine Augen gut gebildet, und haben selbst durch das Alter wenig gelitten, nur das Grau der Iris ist ungewöhnlich schwach, und die Pupille sehr klein. Kein Glied seiner Familie leidet an demselben Uebel, wiewohl mehrere Beispiele bekannt sind, dass es erblich ist, und ganze Familien daran leiden. So erzählt Brewster*) von einem Schuster, der nur schwarz und weiss von einander unterscheiden konnte, und der zwei an demselben Fehler leidende Brüder hatte. Zwei andere Brüder und zwei Schwestern waren davon frei.

Das Merkwürdigste an dieser Sache ist, dass es sich als allgemeines Gesetz zeigt, es können Personen, die an diesem Uebel leiden, rothes Licht und jedes andere, das einen Antheil von Roth enthält, nicht wahrnehmen.

Man hat die Erklärung dieser sonderbaren Erscheinung auf sehr verschiedene Arten zu geben versucht. Dalton, welcher selbst von diesem Uebel behaftet ist, meint, es werden die rothen Strahlen von der Glasfeuchtigkeit des Auges absorbirt; Young nimmt an, es fehlen der Netzhaut diejenigen Fibern, welche zur Erzeugung der Empfindung des Roth geeignet

---

*) Edinb. Journ. of Science VII. p. 85.

sind: Brewster lässt das Auge für die Farben an einem Ende des Farbenbildes unempfindlich seyn, gerade so wie manches Ohr Töne, die an einem Ende der musikalischen Gradleiter liegen, nicht mehr vernimmt, das doch für die anderen Stellen dieser Scale entsprechenden sehr empfänglich ist. Vielleicht rührt es daher, dass die blaue Retina die rothen Lichtstrahlen absorbirt.

Optische Täuschungen.

Smith *) wollte die Empfindung, welche entsteht, wenn man ein Object mit beiden Augen so ansieht, dass es entsprechende Puncte der Netzhaut afficirt, mit derjenigen vergleichen, welche Statt findet, wenn verschiedene Stellen der Netzhaut getroffen werden, und nahm zu diesem Zwecke bei Kerzenlicht einen Streifen weisses Papier, hielt ihn vertical in einer Entfernung von einem Fuss vor die Augen, und richtete dieselben auf ein hinter dem Streifen liegendes entferntes Object. Er sah da den Streifen doppelt, und was eigentlich merkwürdig ist, die beiden Bilder erschienen mit complementären Farben, und zwar eines grün, das andere roth. Dabei befand sich das Kerzenlicht einige Zoll vom rechten Auge; wurde es eben so in die Nähe des linken gebracht, so ging das rothe Bild in ein grünes, und das grüne in ein rothes über. Als gefärbte Papierstreifen genommen wurden, zeigten sich ähnliche Farbenphänomene. Nahm man z. B. rothes Papier, so erschien ein Bild fast weiss, das andere dunkelroth. Wenn man schwer findet, die Au-

*) Edinb. Journ. of Science Nr. IX. p. 52.

gen auf einen entfernten Gegenstand zu richten, und dabei die beiden Bilder zu betrachten, so kann man denselben Effect dadurch hervorbringen, dass man die Augen auf den Papierstreifen selbst richtet, und einen Augapfel etwas mit dem Finger drückt. Befindet sich in der Nähe jedes Auges ein Kerzenlicht, so erscheinen die beiden Bilder weiss, sobald beide Lichtquellen gleich intensiv wirken; die kleinste Ungleichheit in der Lichtstärke verräth sich durch eine Färbung der Bilder, so dass man dieses Verhalten fast eben so sicher zum photometrischen Behufe anwenden könnte, als die Dunkelheit der Schatten. Diese Erscheinungen können von keiner krankhaften Beschaffenheit des Auges herrühren, weil die Farben zu jeder Zeit bei übrigens gleichen Umständen dieselben sind, und Personen von verschiedenem Alter dasselbe bemerken; ich selbst habe diesen Versuch mehrere Male wiederhohlt, und stets dasselbe Resultat gefunden.

Die Vertheilung von Licht und Schatten an einem Gegenstande, der von einer bestimmten Lichtquelle beleuchtet wird, leitet häufig unser Urtheil über die Beschaffenheit der Oberfläche desselben, und wir sind durch die Gewohnheit in den meisten Fällen so weit gekommen, dass es nur einer Aenderung in der gegenseitigen Lage der beleuchteten und beschatteten Stellen bedarf, um unser Urtheil über die Gestalt des Körpers zu ändern, und uns so zu täuschen. Sehr merkwürdige Beiträge zu dieser Behauptung hat Friedrich Gmelin bemerkt, und sie in den Transact. der Londner Societät für das Jahr 1744 beschrieben. Rittерhouse, Präsident der Americain philosophical Society, hat sich im Jahre 1780 mit ähnlichen Erschei-

nungen abgegeben. Brewster*) aber hat diese Phänomene auf ihren wahren Grund zurückgeführt, den seine Vorgänger nur unbestimmt angegeben hatten. Das wesentliche dieser Phänomene besteht darin, dass ein erhabener Körper, z. B. eine Thermometerkugel, die von einem seitwärts stehenden Körper beleuchtet wird, mit einer sphärischen Vertiefung erscheint, wenn man ihn mit einem Microscope, das ein wirkliches Bild gibt, ansieht und dass unter denselben Umständen ein vertiefter Gegenstand erhaben zu seyn scheint. Am leichtesten macht man den Versuch mit einer halbkugelförmigen Schale. Die Erklärung dieser Täuschung ist nach Brewster leicht. Ist die Höhlung der Schale dem Lichte zugekehrt, und dasselbe an deren rechter Seite befindlich; so steht die linke Seite der Höhlung im Lichte, die rechte hingegen im Schatten; ist aber die erhabene Seite der Schale gegen das Licht gewendet, so erscheint die rechte Seite beleuchtet, die linke hingegen beschattet. Sieht man durch ein Microscop, oder ein anderes Instrument, welches das Bild des Gegenstandes umgekehrt zeigt, auf die Vertiefung der Schale, so erscheint der beleuchtete Theil zur Rechten und der beschattete zur Linken, mithin so wie die Erhöhung der Schale dem freien Auge sich darbietet. Desshalb glaubt man auch diese, nicht jene zu sehen. Das Umgekehrte erfolgt, wenn man die Erhöhung durch ein Instrument ansieht, das ein verkehrtes Bild gibt. Bringt man, während einem die Vertiefung wie eine Erhöhung erscheint, auf der linken Seite der Schale auch eine Kerzenflamme oder eine andere Lichtquelle an; so verschwindet

*) Journ. of Science N. VII. p. 99.

die Täuschung augenblicklich, weil nun die ungleiche Beleuchtung, die den Anlass zur Täuschung gab, wegfällt.

Noch andere Umstände können diese Täuschung durch eine andere aufheben. Man denke sich, es erschiene einem eine vertiefte Schale vermöge der genannten Täuschung als Erhöhung, und man halte in die Vertiefung einen kleinen unpolirten Körper hinein, der einen Schatten wirft, aus dessen Lage man auf die des leuchtenden Körpers zu schliessen pflegt, und den man zugleich mit dem übrigen durch das Microscop sehen kann. Da dieses die Bilder umkehrt, so thut es dasselbe auch mit dem Schatten, und veranlasst dadurch die Täuschung, als befände sich das rechts stehende Kerzenlicht links, und die beschattete Seite der Vertiefung liegt gegen diese scheinbare Lage der Lichtquelle so, wie es an einem vertieften Körper der Fall seyn muss. Desshalb hört auch die Täuschung auf, und man sieht die vertiefte Schale so wie sie ist.

Die Täuschung über die Gestalt der Oberfläche ist keineswegs so gross, wie die Ueberzeugung, welche man sich hierüber durch den Tastsinn erwirbt. Daher verschwindet sie augenblicklich, wenn man den Körper, um dessen Gestalt es sich handelt, mit dem Finger berührt, erscheint aber augenblicklich wieder so wie man den Finger zurückzieht. Ist eine Höhlung, die als Erhabenheit erscheint, sehr tief, so hält man den vom Finger berührten Theil für vertieft, die übrigen aber für erhöht.

Wendet man das, was die Erfahrung über den Zusammenhang zwischen der Beschaffenheit der Ober-

fläche der Körper uud der Vertheilung des Lichtes und des Schattens bei undurchsichtigen Körpern lehrt, auf halbdurchsichtige an, so verfällt man in ähnliche Täuschungen, wie die sind, welche durch Umkehrung der Bilder entstehen. Nimmt man z. B. eine Platte aus Perlmutter oder einem anderen durchscheinenden Körper, in welchem eine runde Vertiefung angebracht ist, und lässt sie durch ein seitwärts z. B. rechts stehendes Kerzenlicht beleuchten; so erscheint am rechten Ende der Vertiefung statt des Schattens, welcher da seyn wird, wenn die Platte ganz undurchsichtig wäre, gebrochenes Licht, das durch den Rand der Vertiefung gegangen ist, wie es bei einem undurchsichtigen Körper bei einer Erhöhung der Fall wäre. Da wir aber Perlmutter als undurchsichtigen Körper vor uns zu haben glauben, so scheint uns selbst mit freiem Auge die Vertiefung eine Erhöhung zu seyn.

Selbst die Umkehrung eines Bildes im Auge kann zu optischen Täuschungen Anlass geben. Dieses zeigt besonders ein schon alter Versuch von Le Cat, der darin besteht: Lässt man durch eine feine Spalte, die man in einem Blatt Papier macht, Licht ins Auge kommen, und hält nahe an dasselbe ein gerades Object, so erscheint dieses verkehrt und vergrössert. In diesem Fall empfindet das Auge von dem zu nahe stehenden Objecte nur den Schatten auf der Retina, der grösser ist als der Gegenstand, und weil das Licht, welches vom unteren Theil desselben abgehalten wird, vom oberen des leuchtenden Körpers kommt und umgekehrt, so muss der Schatten gegen das Object auch verkehrt seyn. Diesen Versuch hat Brewster in der

neuesten Zeit*) abgeändert, und statt der Spalte, die einen divergirenden Lichtbüschel liefert, einen kleinen polirten Nadelkopf genommen.

Isometrische Perspective.

Farish sollte bei seinen Vorlesungen an der Universität zu Cambridge die Modelle aller wichtigen, bei den englischen Manufacturen gebrauchten Maschinen vorzeigen, es gebrach ihm aber an dem zu ihrer Aufstellung nöthigen Locale. Darum liess er sich nur die Bestandtheile der Instrumente verfertigen und setzte aus ihnen die zu jeder einzelnen Vorlesung nöthigen Modelle zusammen. Allein bei dieser Zusammensetzung musste ein Gehülfe durch eine getreue Zeichnung unterstützt werden, aus welcher sich nicht bloss die Bestandtheile der Maschinen, sondern auch ihre Dimensionen abnehmen liessen. Eine gewöhnliche perspectivische Zeichnung konnte zu diesem Zwecke nicht genügen, weil sie nur jene Theile in einem richtigem Verhältnisse der Dimensionen darstellt, welche mit der Ebene des Papiers parallel sind; orthographische Projectionen waren zu umständlich, und nicht für jeden verständlich. Desshalb entwarf er sich selbst eine Perspective, die er isometrisch nannte, und durch welche alle geraden Linien, welche in den drei Hauptrichtungen liegen, nach demselben Massstabe gezeichnet werden. Jeder rechte Winkel wird zu einem von 60°, oder 120°, jeder Kreis, welcher in einer der drei Hauptebenen liegt, erscheint als Ellipse von derselben Excentricität. Das Verhältniss ihrer Axen ist

*) Journ. of Science N. VII, p. 90.

stets nahe wie 28:49. Soll z. B. nach dieser Methode ein Würfel verzeichnet werden, so wähle man sich einen Punct desselben aus, welcher der Leitpunct (regulating point) genannt werden kann, und der Endpunct einer Diagonale des Würfels ist, ziehe von diesem aus eine Linie vertical und zwei andere, deren jede mit dieser einen Winkel von 120° einschliesst, mache diese 3 Linien einander gleich und vollende nach den gewöhnlichen Regeln durch Linien, die mit diesen 3 parallel sind, die Figur. Auf ähnliche Weise verfährt man auch bei jedem anderen abzuzeichnenden Körper. Stets muss man sich das Auge des Beobachters in einer Linie denken, die auf der Fläche des Papieres senkrecht steht, und zwar in einer sehr grossen Entfernung von demselben. Man braucht, um eine solche Zeichnung zu vollenden, nichts als zwei Lineale, die so mit einander verbunden sind, dass sie auf einer Seite einen Winkel von 60°, auf der anderen, als Nebenwinkel von diesem, einen von 120° geben.

MATHEMATISCHE ABTHEILUNG.

I. Beiträge zur Lehre von der Entwicklung der Funktionen, von Dr. Joseph Knar, Prof. d. Math. an dem k. k. Lyceum zu Grätz.

Die Entwicklung der Funktionen nach den Potenzen der veränderlichen Grössen ist unstreitig unter die wichtigsten Aufgaben der Analysis zu zählen. Ihre Auflösung wurde zwar bereits in grosser Allgemeinheit geleistet, doch gestattet die Reichhaltigkeit, ich möchte fast sagen, Unerschöpflichkeit des Gegenstandes noch immer einige Beiträge. Ein solcher Beitrag soll hier geliefert werden.

1.

Um im Verlaufe der Rechnungen nicht durch fremdartige Dinge aufgehalten zu werden, ist es nothwendig, dass man sich über die zu gebrauchenden Namen und Zeichen im Voraus verständige.

Man kann bekanntlich um den Differentialquotienten einer Funktion P für irgend eine veränderliche Grösse z in zweifacher Hinsicht fragen. Sobald nämlich P ausser z noch andere, von z abhängige, veränliche Grössen enthält, kömmt es darauf an, ob man bei der Differentiirung auf diese Abhängigkeit Rücksicht nehmen will, oder nicht. Im letztern Falle ist es

eben so viel, als ob die anderen Grössen von z gar nich abhängig wären, indem auf ihre Abhängigkeit keine Rücksicht genommen wird; daher wird der Differentialquotient von P bloss durch die Veränderung von z allein bestimmt. Einen solchen Differentialquotienten von P wollen wir für z ausschliesslich nennen, und durch

$$1)\qquad \frac{d_z P}{dz}$$

bezeichnen. Ganz anders verhält sich die Sache, wenn auf die Abhängigkeit der übrigen veränderlichen Grössen x, y,..... von z Rücksicht genommen wird. Dann ändern sich mit z zugleich auch x y,...., und der Differentialquotient wird durch die gleichzeitige Aenderung aller dieser Grössen bestimmt. Ein solcher Differentialquotient soll bloss für z heissen, ohne weiteren Zusatz; seine Bezeichnung soll durch

$$2)\qquad \frac{dP}{dz}$$

geschehen. Es ist bekannt, dass nach dieser Bezeichnungsart

$$3)\qquad \frac{dP}{dz} = \frac{d_z P}{dz} + \frac{d_x P}{dx}\cdot\frac{dx}{dz} + \frac{d_y P}{dy}\cdot\frac{dy}{dz} + \ldots\ldots$$

sey, woraus man sieht, dass der Differentialquotient 1) einen Theil von 2) macht, und beide nur dann gleichbedeutend sind, und daher auch ihre Bezeichnungen verwechselt werden können, wenn P ausser z keine von z abhängige Grösse enthält.

Die angeführte Bezeichnung partieller Differentialquotienten scheint im Allgemeinen sehr passend zu seyn, in einzelnen Fällen aber, wo nur ausschliesslich-partielle Differentialquotienten, wie 1), für eine oder

höchstens zwei veränderliche Grössen vorkommen, kann man dieselben auch durch Accentuirung der Funktionen, oder, was weit vorzüglicher ist, durch blosse Ansetzung der Differentialexponenten bezeichnen. Diess soll auch in der Folge fast durchgängig geschehen. Hierbei wird als Regel festgesetzt, dass eine bei der Funktion links etwas erhöht stehende Zahl immer einen Differentialquotienten für z ausschliesslich anzeige; steht die Zahl aber rechts unten, so bedeutet sie einen ausschliesslichen Differentialquotienten entweder für x oder für y, je nachdem das eine oder das andere besonders bemerkt worden ist. Demnach ist

$$4) \quad {}^{n}P = \frac{d_z{}^n P}{dz^n},$$

und

$$5) \quad P_n = \frac{d_x{}^n P}{dx^n} \quad \text{oder } 6) \quad P_n = \frac{d_y{}^n P}{dy^n}.$$

In Hinsicht der übrigen Zeichen, welche einer verchiedenen Auslegung fähig seyn könnten, werde ich mich der von H. Prof. v. Ettingshausen *) theils beibehaltenen, theils neu vorgeschlagenen bedienen, nur mit dem einzigen Unterschiede, dass keine, combinatorische Operationen bezeichnende Zahl, z. B. Klassenexponent Zeigersumme, einem Buchstaben rechts oben oder unten angesetzt werden soll, indem sie im ersteren Falle eine Potenz, im letzteren aber einen Differentialquotienten, wie vorher bestimmt wurde, anzeigen würde: solche Zahlen sollen daher gerade über oder unter den

*) Die combinatorische Analysis. Wien, 1826.

Buchstaben gesetzt werden, wodurch jede Verwechslung der Bedeutung unmöglich wird. Auf diese Art ist

7) $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)\ldots\ldots(n-r+1)}{1.\ 2\ \ldots\ldots\ r}$ und 8) $r! = 1.2.3\ldots r$,

hingegen wird die Summe aller Combinationen mit Wiederhohlungen zur Classe m und Zeigersumme n, jede mit der zugehörigen Permutationszahl multiplicirt, durch

9) $\overset{n}{\underset{m}{p\mathfrak{Cw}}}$

ausgedrückt.

Nach diesen Bemerkungen, wodurch Missverständnissen möglichst vorgebeugt werden soll, kann zu dem eigentlichen Gegenstande dieser Abhandlung geschritten werden.

2.

Sey Fz irgend eine Funktion von z, welche nach Potenzen von z entwickelt werden soll. Man nehme

10) $Fz = A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + \ldots\ldots + N.\,z^n + \ldots\ldots$

an, wo A, B, C, ... N, weder z, noch eine von z abhängige Grösse enthalten sollen, differentiire mehrere Male für z und setze dann z = o, so erhält man:

11)
$$\left.\begin{aligned} A &= Fz, \\ B &= \frac{d\,Fz}{dz}, \\ C &= \frac{1}{2!}\cdot\frac{d^2\,Fz}{dz^2}, \\ D &= \frac{1}{3!}\cdot\frac{d^3\,Fz}{dz^3}, \\ &\ldots\ldots \\ N &= \frac{1}{n!}\cdot\frac{d^n\,Fz}{dz^n}, \end{aligned}\right\} \text{für } z = o.$$

Man darf daher nur aus Fz die Differentialquotienten für z nach der Ordnung herleiten, darin z = o setzen und die Werthe in 11) substituiren; dadurch erhält man die Coefficienten der Entwicklungsreihe 10).

3.

Die Entwicklung nach 2 hat keine Schwierigkeit, sobald Fz unmittelbar durch z ausgedrückt ist. Diess trifft jedoch nicht immer ein, sondern man kennt oft nur eine gewisse Relation zwischen z und Fz, aus welcher man nicht im Stande ist, Fz durch z darzustellen, ohne die Entwicklung schon vorauszusetzen. Man kann sich vorstellen, dass die zu entwickelnde Funktion zunächst durch eine veränderliche Grösse x gegeben ist, (Fx) welche selbst erst vermöge einer zwischen x und z bestehenden Gleichung von z abhängt. Die Schwierigkeit besteht dann darin, dass man aus der Funktion, wie sie gegeben ist, unmittelbar nur Differentialquotienten für x herleiten kann, aus welchen man erst, vermittelst der zwischen x und z gegebenen Gleichung, die Differentialquotienten für z finden muss.

4.

Eine hieher gehörige, ziemlich allgemeine, wegen des zierlichen Resultates und der schönen Anwendungen, z. B. auf die Kepler'sche Gleichung, merkwürdige Aufgabe hat Lagrange *) gelöst. Wenn nämlich zwischen x und z die Gleichung

*) Mémoires de l'Académie de Berlin, pour l'année 1768. Théorie des fonctions analytiques. Nouv. éd. Paris, 1813; Traité de la Resolution de équations numériques. Nouv. ed. Paris 1808.

12) $$x = y + z . \varphi x$$

besteht, worin φx jede Funktion von x vorstellt; so findet Lagrange:

13) $$Fx = Fy + \frac{z}{1} . \varphi y . \frac{dFy}{dy} + \frac{z^2}{2!} \frac{d\left((\varphi y)^2 . \frac{dFy}{dy}\right)}{dy} + \frac{z^3}{3!} \frac{d^2\left((\varphi y)^3 . \frac{dFy}{dy}\right)}{dy^2} + \ldots\ldots$$

Laplace*) hat die Gleichung zwischen x und z etwas allgemeiner

14) $$x = \psi\,(y + z . \varphi x)$$

angenommen, wo auch ψ jede Funktion der nachstehenden Grösse bezeichnet, und daraus bestimmt:

15) $$Fx = U + \frac{z}{1} V . \frac{dU}{dy} + \frac{z^2}{2!} \frac{d\left(V^2 . \frac{dU}{dy}\right)}{dy} + \frac{z^3}{3!} . \frac{d^2\left(V^3 . \frac{dU}{dy}\right)}{dy^2} + \ldots,$$

wenn

16) $$U = F\psi y \text{ und } V = \varphi\psi y$$

ist**)

§. 5.

Legendre***) hat zwischen x und z die Gleichung

17) $$fx = fy + z\varphi x$$

---

*) Mémoires de l'Académie de sciences de Paris, pour l'année 1777;

**) Laplace hat seine Untersuchung auch auf mehrere Gleichungen und veränderliche Grössen ausgedehnt, was jedoch ausser den Gränzen des gegenwärtigen Aufsatzes liegt.

***) Exercices de Calcul Intégral. Paris, 1817. In seinen Zeichen,

festgesetzt, und daraus

18) $Fx = Fy + \frac{z}{1}.A\varphi y.\frac{dFy}{dy} + \frac{z^2}{2!}A.\frac{d\left((A\varphi y)^2.\frac{dFy}{dy}\right)}{dy} +$

$+ \frac{z^3}{3!}A.\frac{d\left(Ad\left(A(\varphi y)^3.\frac{dFy}{dy}\right)\right)}{dy^2} + \ldots$

entwickelt, wobei

19) $$\frac{1}{A} = \frac{dfy}{dy}$$

ist. Man wird leicht bemerken, dass sich die Gleichung 17) auf die Form 14) zurückführen lässt. Man drücke nur durch ψ die umgekehrte Funktion von derjenigen aus, welche durch f angezeigt wird, d. h., es soll $\psi u = y$ seyn, wenn $u = fy$ ist; so erhält man aus 17)

20) $$x = \psi(fy + z\varphi x),$$

eine Gleichung, welche mit 14) übereinstimmt, nur dass hier fy statt y steht. Wirklich unterliegt es auch keiner Schwierigkeit, die Formel 18) aus 15) herzuleiten, wenn man in der letzteren überall fy statt y setzt, und bedenkt, dass (wegen $\psi u = y$, wenn $fy = u$ ist) nothwendig $\psi fy = y$ seyn müsse. Durch diese Substitution enthält man aus 16)

21) $$U = F\psi fy = Fy \text{ und } V = \varphi\psi fy = \varphi y,$$

daher ist jetzt der Coeffizient von $\frac{z}{1}$ in 15)

22) $$\varphi y.\frac{dFy}{dfy} = \varphi y.\frac{dFy}{dy}.\frac{dy}{dfy} = A.\varphi y.\frac{dFy}{dy}.$$

---

die ich hier zu ändern gewagt habe, heisst die Gleichung $Fx + y\varphi x = Fa$.

Ferner wird aus $\dfrac{d\left(V^2 . \dfrac{dU}{dy}\right)}{dy}$ auf diese Weise

$$23)\quad \frac{d\left((\varphi y)^2 \dfrac{dFy}{dfy}\right)}{dfy} = \frac{dy}{dfy}\, \frac{d\left(\dfrac{dy}{dfy}(\varphi y)^2 . \dfrac{dFy}{dy}\right)}{dy}$$

$$= A\, \frac{d\left(A(\varphi y)^2 . \dfrac{dFy}{dy}\right)}{dy};$$

eben so geht

$$24)\quad \frac{d^2\left(V^3 . \dfrac{dU}{dy}\right)}{dy^2} = \frac{d\left(\dfrac{d\left(V^3 . \dfrac{dU}{dy}\right)}{dy}\right)}{dy}$$

in

$$25)\quad \frac{d\left(\dfrac{d\left((\varphi y)^3 . \dfrac{dFy}{dfy}\right)}{dfy}\right)}{dfy}$$

$$= \frac{dy}{dfy} . \frac{d\left(\dfrac{dy}{dfy} . \dfrac{d\left(\dfrac{dy}{dfy}(\varphi y)^3 . \dfrac{dFy}{dy}\right)}{dy}\right)}{dy}$$

$$= A\, \frac{d\left(A \dfrac{d\left(A(\varphi y)^3 . \dfrac{dFy}{dy}\right)}{dy}\right)}{dy} =$$

$$= A\, \frac{d\left(A.d\left(A\ (\varphi y)^3 . \dfrac{dFy}{dy}\right)\right)}{dy^2}$$

über; u. s. f.

Die hier erhaltenen Werthe 21), 22), 23), 25) u. s. f., in 15) substituirt, geben die Entwicklungsreihe 18), wie sie Legendre auf einem andern Wege gefunden hat.

Eben so leicht lässt sich auch 15) aus 18) herleiten, wenn man darin überall y statt fy setzt.

Es schien mir nicht uninteressant, die gegenseitige Abhängigkeit der Entwicklungen 15) und 18) zu zeigen. Beide sind gleich allgemein; in der Anwendung kann bald die eine, bald die andere Form bequemer seyn. Uebrigens darf nicht mit Stillschweigen übergangen werden, dass die Reihe 18) die Grundlage der Untersuchungen bildet, welche schon Paoli *) über die Entwicklung der Funktionen angestellt hat.

§. 6

Bei der Betrachtung der Gleichungen 12) und 14) ist es auffallend, dass sie zwar in Bezug auf x sehr verwickelt seyn können, dass hingegen das Vorkommen von z in derselben sehr beschränkt sey. Man wird daher der Entwicklung eine grössere Allgemeinheit verschaffen, wenn man als Grundlage derselben eine Gleichung annimmt, welche auch in Bezug auf z verwickelter, als die bisher angeführten ist. Um hiebei die Form der Gleichung 14), welche stets das zierlichste Resultat liefert, beizubehalten, soll bloss vorausgesetzt werden, dass in 14) die Funktion φx nicht nur x, sondern auch z auf was immer für eine Art enthalte, mithin $\varphi(x, z)$ sey.

---

*) Man sehe: Traité du calcul différentiel et du calcul intégral, par S. F. Lacroix. Seconde édition. Paris, 1810. Die Abhandlung hierüber von Paoli selbst konnte ich nicht erhalten.

Man kann noch in anderer Hinsicht eine grössere Ausdehnung der Entwicklung verlangen. Bisher ist nämlich die zu entwickelnde Funktion dergestalt angenommen worden, dass sie bloss durch x ausgedrückt ist; sie könnte aber auch z selbst enthalten, und daher eine Funktion von x und z seyn. Die Aufgabe allgemein ausgedrückt, lautet also: Eine Funktion von x und z [F (x, z)] nach Potenzen von z zu entwickeln, wenn zwischen x und z die Gleichung

$$26)\qquad x = \psi[y + z\varphi(x, z)]$$

besteht.

Man wird hierbei leicht bemerken, dass die Reihe 15) zwar auch für diesen Fall gelte, jedoch nicht die vollständige Entwicklung von F (x, z) nach Potenzen von z gebe, indem sowohl U, als auch V noch z enthalten müssen. Demnach zeigt sich der leichteste Weg zur Auflösung der gestellten Aufgabe in der Ableitung aus 15). Dieser Reihe gemäss hat man nämlich, wenn

$$27)\qquad F(\psi y, z) = U \text{ und } \varphi(\psi y, z) = V$$

ist,

$$28)\ F(x,z) = U + \frac{z}{1} U_1 . V + \frac{z^2}{2!} (U_1 . V^2)_1 + \ldots$$

$$+ \frac{z^n}{n!} (U_1 . V^n)_{n-1} + \ldots$$

wobei nach Anleitung des §. 1 die Differentialquotienten für y durch die rechts unten angesetzten Differentialexponenten ausgedrückt sind. Nunmehr entwickle man jedes Glied von 28), da ohnehin x in denselben nicht mehr vorkömmt, und y von z ganz unabhängig ist, einzeln nach Potenzen von z; man erhält nach 2 mit der Bezeichnung 1.

$$29)\quad U = U + \frac{z}{1}\,{}^1U + \frac{z^2}{2!}\,{}^2U + \frac{z^3}{3!}\,{}^3U + \cdots\cdots + \frac{z^n}{n!}\cdot{}^nU + \cdots$$

$$U_1^{\,\cdot}\,V = U_1\,V + \frac{z}{1}\,{}^1(U_1\,.V) + \frac{z^2}{2!}\,{}^2(U_1\,V) + \cdots + \frac{z^n}{n!}\cdot\;(U_1\,.V) + \cdots$$

$$(U_1\,.V^2)_1 = (U_1\,.V^2)_1 + \frac{z}{1}\,{}^1(U_1V^2)_1 + \frac{z^2}{2!}\cdot{}^2(U_1.V^2)_1 + \cdots + \frac{z^n}{n!}\cdot{}^n(U_1\cdot V^2)_1 + \cdots\cdots$$

$$(U_1\,.V^3)_2 = (U_1\,.V^3)_2 + \frac{z}{1}\,{}^1(U_1.V^3)_2 + \frac{z^2}{2!}\,{}^2(U_1V^3)_2 + \cdots + \frac{z^n}{n!}\cdot{}^n(U_1.V^3)_2 + \cdots$$

. . . .

und allgemein

$$(U_1\,.V^n)_{n-1} = (U_1\,.V^n)_{n-1} + \frac{z}{1}\cdot{}^1(U_1.V^n)_{n-1} + \frac{z}{2!}\,{}^2(U_1.V^n)_{n-1} + \cdots + \frac{z^n}{n!}\cdot{}^n(U_1\cdot V^n)_{n-1} + \cdots$$

Bei diesen Gleichungen darf man nicht ausser Acht lassen, dass im zweiten Theile einer jeden, sowohl in dem ersten Gliede, als auch in den Coefficienten von $z, z^2, \ldots z^n, \ldots$ nach den vollendeten Differentiirungen $z = o$ gesetzt werden muss.

Substituirt man jetzt die gefundenen Werthe 29) in der Reihe 28), indem man zugleich diejenigen Glie-

der, welche einerlei Potenzen von z zum Factor haben, gehörig zusammen zieht, so erhält man folgende nach Potenzen von z geordnete Reihe:

$$30)\ F(x,z) = U + \frac{z}{1}\,[U_1 \cdot V + {}^1U] +$$

$$+ \frac{z^2}{2!} \cdot [(U_1 \cdot V^2)_1 + 2 \cdot {}^1(U_1 \cdot V) + \ldots {}^2U] +$$

$$+ \ldots + \frac{z^n}{n!}\,[(U_1 \cdot V^n)_{n-1} + \frac{n}{1}\,{}^1(U_1 \cdot V^{n-1})_{n-2}$$

$$+ \frac{n\,(n-1)}{1.\,2.}\ {}^2(U_1 \cdot V^{n-2})_{n-3} + \ldots$$

$$\ldots + \binom{n}{r}{}^r(U_1 \cdot V^{n-r})_{n-r-1} + \ldots$$

$$+ \frac{n}{1} \cdot {}^{n-1}(U_1 \cdot V) + {}^nU] + \ldots,$$

bei welcher die vorhin wegen der Gleichung 29) gemachte Bemerkung ebenfalls ihre Anwendung findet.

7.

Vermöge der Formel 30) kann man jede Funktion von x und z nach Potenzen der letzteren veränderlichen Grösse entwickeln, sobald zwischen x und z eine Gleichung, wie 26), besteht; die Werthe von U und V stehen in 27). Diese Entwicklung wird zuweilen einfacher, wenn entweder die Funktion, oder die zum Grunde liegende Gleichung eine bestimmtere Gestalt annimmt. Ohne sich hiebei zu sehr zu verweilen, wird es doch nicht unschicklich seyn, einige solche besondere Fälle kurz anzuführen.

Setzen wir zuerst, die zu entwickelnde Funktion

enthalte z nicht, sey also bloss eine Funktion von x(Fx). Dadurch wird aus 27)

31) $U = F\psi y \ , \ V = \varphi(\psi y, z),$

daher müssen in 30) alle Differentialquotienten von U für z verschwinden, und es wird

32) $$Fx = U + \frac{z}{1} U_1 . V + \frac{z^2}{1.2} [(U_1 . V^2)_1 + 2 U_1 . {}^1V]$$
$$+ \frac{z^3}{3!} [(U_1 V^3)_2 + 3(U_1 . {}^1(V^2))_1 + 3 U_1 . {}^2V] + \dots$$
$$+ \frac{z^n}{n!} [(U_1 . V^n)_{n-1} + \frac{n}{1}(U_1 . {}^1(V^{n-1}))_{n-2} + \dots$$
$$+ \binom{n}{r} (U_1 . {}^r(V^{n-r}))_{n-r-1} + \dots + \frac{n}{1} U_1 . {}^{n-1}V] + \dots$$

Soll zwar die zu entwickelnde Funktion, nicht aber $\varphi(x, z)$, z enthalten, so wird die Gleichung 26) in 14) übergehen, und man hat aus 27)

33) $U = F(\psi y, z) \ , \ V = \varphi\psi y.$

Mithin fallen alle Differentialquotienten von V für z weg und anstatt 30) ist jetzt

34) $$F(x, z) = U + \frac{z}{1}(U_1 . V + {}^1U) +$$
$$+ \frac{z^2}{2!}[(U_1 . V^2)_1 + 2 . {}^1U_1 . V + {}^2U] + \dots$$
$$+ \frac{z^n}{n!}[(U_1 . V^n)_{n-1} + \frac{n}{1}({}^1U_1 . V^{n-1})_{n-2}$$
$$+ \frac{n(n-1)}{1.2}({}^2U_1 . V^{n-2})_{n-3} + \dots$$
$$+ \binom{n}{r}({}^rU_1 . V^{n-r})_{n-r-1} + \dots$$
$$+ \frac{n}{1}\,{}^{n-1}[U_1 . V + {}^nU] + \dots$$

Nehmen wir jetzt an, dass

35) $\psi(y + z\varphi(x, z)) = y + z\varphi(x, z)$

sey, so verwandelt sich 26) in

36) $x = y + z\varphi(x, z)$

und man erhält aus 27)

37) $U = F(y, z)\ ,\ V = \varphi(y, z);$

die äussere Form der Reihe 30) bleibt bei diesen Voraussetzungen unverändert.

Mit Beibehaltung der eben vorausgesetzten Gleichung 36) nehmen wir noch ferner an, dass sowohl $F(x,z)$, als auch $\varphi(x, z)$ Funktionen von $x + z$ seyn sollen ($F(x + z)\ ,\ \varphi(x + z)$). Dadurch werden U und V Funktionen von $y + z$, und auch

$$U_1 \,.\, V^{n-r}$$

ist eine Funktion von $y + z$. Desswegen ist nun

38) $${}^{r}\left(U_1 . V^{n-r}\right)_{n-r-1} = \left(U_1 . V^{n-r}\right)_{n-1}$$

und der Coeffizient von $\frac{z^n}{n!}$ in 30) wird

39) $$\left(U_1 . V^n\right)_{n-1} + \frac{n}{1}\left(U_1 . V^{n-1}\right)_{n-1} + \cdots$$

$$+ \binom{n}{r} \left(U_1 . V^{n-r}\right)_{n-1} + \cdots + \frac{n}{1} \left(U_1 . V\right)_{n-1} + U_n$$

oder

40) $$(U_1 \cdot (V + 1)^n)_{n-1}$$

Auf diese Art verwandelt sich daher die Reihe 30) in

41) $$F(x + z) = U + \frac{z}{1} U_1 \cdot (V + 1) + \frac{z^2}{2!}(U_1 \cdot (V + 1)^2)$$

$$+ \frac{z^3}{3!} \cdot (U^1 \cdot (V + 1)^3)_2 + \ldots\ldots + \frac{z^n}{n!}(U_1 \cdot (V + 1))_{n-1} + \ldots$$

Da in 41) kein Differentialquotient für z vorkommt, so ist es auch einerlei, ob man erst nach oder vor den Differentiirungen $z = 0$ setzen will, denn es ist eben so viel, als ob z eine beständige Grösse wäre. Man kann also schon vor dem Differentiiren $z = 0$ setzen und erhält dadurch

42) $$U = Fy \text{ und } V = \varphi y,$$

wodurch in 41) jede weitere Substitution von selbst wegfällt.

Nimmt man in 41) noch an, dass

43) $$F(x + z) = x + z$$

sey, wodurch

44) $$U = y \text{ und } U_{1} = 1$$

wird, und setzt dann z auf die andere Seite des Gleichheitszeichens, so erhält man

45) $$x = y + \frac{z}{1} V + \frac{z^2}{2!} ((V+1)^2)_1 + \frac{z^3}{3!} ((V+1)^3)_2 + \ldots + \frac{z^n}{n!} ((V+1)^n)_{n-1} + \ldots,$$

wobei, wie in 41), die Gleichung 36), oder eigentlich

46) $$x = y + z\,\varphi(x + z)$$

zum Grunde liegt.

Noch muss bemerkt werden, dass die allgemeine Entwicklungsreihe 30) auch gelte, wenn gleich $\varphi(x, z)$ kein x, sondern bloss z enthält, nur wird dann auch V bloss eine Funktion von z seyn und es müssen alle Differentialquotienten von V für y wegfallen.

8.

Es ist nicht schwer, aus der Reihe 32) eine andere, etwas weniger allgemeine, herzuleiten, welche aber

in manchen Fällen weit leichter anzuwenden seyn möchte. Setzen wir zu diesem Ende, dass $\varphi(x, z)$ bereits nach Potenzen von z entwickelt sey,

$$47)\quad \varphi(x, z) = \alpha + z, \beta + z^2. \gamma + z^3. \delta + \ldots\ldots + z^{m-1}. \mu + \ldots.$$

wobei $\alpha, \beta, \gamma, \ldots\ldots \mu, \ldots$ beliebige Funktionen von x bezeichnen, ohne jedoch z zu enthalten. Dadurch wird die Gleichung 26) in

$$48)\quad x = \psi(y + z. \alpha + z^2. \beta + z^3. \gamma + \ldots + z \;\; . \mu + \ldots)$$

verwandelt. Sucht man nun daraus eine Funktion nach Potenzen von z zu entwickeln, welche bloss durch x ohne z ausgedrückt ist, (Fx) so hat man aus 31) die Werthe

$$49)\quad U = F\psi y,\; V = \alpha + z. \beta + z^2. \gamma + z^{m-1}. \mu + \ldots,$$

indem man in $\alpha, \beta, \gamma, \ldots \mu, \ldots$ überall ψy statt x substituirt, und es kömmt nur darauf an, diesen Werth von V in 32) zu setzen und nach den verrichteten Differentiirungen $z = 0$ anzunehmen.

Nach dem bekannten Polynomialtheoreme ist aber für die Zeigerscale

$$50)\quad \left\{ \begin{matrix} \alpha, & \beta, & \gamma, \ldots & \mu, \ldots \\ 1, & 2, & 3, \ldots & m, \ldots \end{matrix} \right\}$$

und jeden ganzen, additiven Exponenten n, mit Anwendung der in §. 1 erwähnten combinatorischen Zeichen

$$51)\quad V^n = \mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + z. \mathfrak{p}\overset{n+1}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + z^2. \mathfrak{p}\overset{n+2}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + \ldots. + z^m. \mathfrak{p}\overset{n+m}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + \ldots..,$$

eine Reihe, welche, da $\alpha, \beta, \gamma, \ldots \mu, \ldots$ bloss y ohne z enthalten, schon nach Potenzen von z geordnet ist.

Differentiirt man nun 51) mehrere Male für z, und setzt nachher z = o; so erhält man

$$52)\quad \left.\begin{aligned} V^n &= \mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \\ \overset{1}{(V^n)} &= \mathfrak{p}\overset{n+1}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \\ \overset{2}{(V^n)} &= r!\ \mathfrak{p}\overset{n+2}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \\ \overset{3}{(V^n)} &= 3!\ \mathfrak{p}\overset{n+3}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \\ &\cdots\cdots \\ \overset{r}{(V^n)} &= r!\ \mathfrak{p}\overset{n+r}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}, \end{aligned}\right\}\ \text{für } z = o.$$

Aus diesen für alle ganzen Zahlen n und r giltigen Formeln 52) bestimme man jetzt die Werthe von V, ${}^1V$, ${}^2V$, ${}^3V$, ...; ferner V^2, ${}^1(V^2)$, ${}^2(V^2)$, ${}^3(V^2)$,...., und setze dieselben in die Reihe 3), so erhält man endlich

$$53)\quad Fx = U + \frac{z}{1}.\ U_1.\ \mathfrak{p}\overset{1}{\underset{1}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} + \frac{z^2}{2!}.\ [(U_1.\ \mathfrak{p}\overset{2}{\underset{2}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w})_1$$

$$+ 2\,U_1.\mathfrak{p}\overset{2}{\underset{1}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}] + \ldots + \ldots, + \frac{z^n}{n!}\ [(U_1.\ \mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w})_{n-1}$$

$$+ n.\Big(U_1.\ \mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n-1}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}\Big)_{n-2} + \ldots + (n^1-1)^r.\Big(U_1.\ \mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}\Big)_{n-r-1}$$

$$+ \ldots + n!\ U_1\ \mathfrak{p}\overset{n}{\underset{1}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w}] + \ldots,$$

oder, wenn die ersten Glieder durch α, β, γ, ... selbst ausgedrückt werden,

$$54)\ Fx = U + \frac{z}{1}\ U_1.\ \alpha + \frac{z^2}{2!}\ [(U_1.\ \alpha^2)_1 + 2\,U_1\,\beta]$$

$$+ \frac{z^3}{3!}\ [(U_1\ \alpha^3)_2 + 6\,(U_1.\ \alpha\,\beta) + 6\,U_1.\ \gamma]$$

$$+ \frac{z^4}{4!}[(U_1 . a^4)_3 + 12(U_1 . a^2 \beta)_2 + 12(U_1 (2a\gamma + \beta^2))_1$$

$$+ 24\, U_1 . \delta] + \ldots .$$

Die gefundene Reihe 53), welche nur sehr leichte combinatorische Operationen erfordert, und daher jederzeit auf dem kürzesten Wege dargestellt werden kann, drückt den Werth von Fx nach Potenzen von z entwickelt aus, wenn zwischen x und z die Gleichung 48) besteht, ohne dass es noch einer weiteren Substitution bedarf, sobald man in α, β, γ, ... μ, ... statt x durchgängig ψy gesetzt hat.

§. 9.

Will man aus der Gleichung 48) bloss den Werth von x selbst finden, so hat man vermöge 49) $U = \psi y$; die Form der Reihe 53) wird dadurch nicht geändert. Wäre aber überdiess $\psi y = y$, so dass die Gleichung 48) in

55) $x = y + z\alpha + z^2 . \beta + z^3 . \gamma + \ldots, + z^m . \mu + \ldots$

übergeht, dann wird

56) $U = y$ und $U_1 = 1$

mithin aus 53) und 54)

57) $$x = y + \frac{z}{1} . [(\alpha^2)_1 + 2\beta] + \ldots + \frac{z^n}{n!}\Bigg[\left(p\overset{n}{\underset{n}{\mathfrak{C}}}w\right)_{n-1}$$

$$+ n\left(p\overset{n}{\underset{n-1}{\mathfrak{C}}}w\right)_{n-2} + n(n-1)\left(p\overset{n}{\underset{n-2}{\mathfrak{C}}}w\right)_{n-3} + \ldots$$

$$\ldots + (n_1 - 1)^r . \left(p\overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{C}}}w\right)_{n-r-1} + \ldots + n!\, p\overset{n}{\underset{1}{\mathfrak{C}}}w\Bigg] + \ldots$$

für die Zeigerscale 50).

Setzen wir nun

$$58)\quad \beta = \frac{(\alpha^2)_1}{2!}\ V = \frac{(\alpha^3)_2}{3!}, \ldots\ \mu = \frac{(\alpha^m)_{m-1}}{m!}, \ldots$$

wodurch aus 55)

$$59)\ x = y + z \cdot \alpha + z^2 \cdot \frac{(\alpha^2)_1}{2!} + z^3 \cdot \frac{(\alpha^3)_2}{3!} + , \ldots$$

$$+ z^m \cdot \frac{(\alpha^m)_{m-1}}{m!} + \ldots\ldots$$

wird, und die Zeigerscale 50) sich in

$$60)\quad \left\{ \begin{matrix} \alpha, & \frac{(\alpha^2)_1}{2!}, & \frac{(\alpha^3)_2}{3!}, \ldots & \frac{(\alpha^m)_{m-1}}{m!} & \ldots\ldots \\ 1, & 2, & 3, \ldots & m, & \ldots\ldots \end{matrix} \right|$$

verwandelt. Für diese Zeigerscale ist aber *)

$$61)\quad \overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{pCw}}} = \frac{n-r}{n.\,r!} \cdot (\alpha^n)_r$$

und daher

$$62)\ (n_1 - 1)^r \cdot \left(\overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{pCw}}} \right)_{n-r-1} = \binom{n-1}{r} \cdot (\alpha^n)_{n-1},$$

mithin ist jetzt der Coeffizient von $\frac{z^n}{n!}$ in 57)

$$63)\quad (\alpha^n)_{n-1} + \frac{n-1}{1} (\alpha^n)_{n-1} + \ldots$$

$$+ \binom{n-1}{r} \cdot (\alpha^n)_{n-1} + \ldots + \binom{n-1}{n-1} \cdot (\alpha^n)_{n-1},$$

oder

$$64)\ (\alpha^n)_{n-1} \cdot \left(1 + \frac{n-1}{1} + \ldots + \binom{n-1}{r} + \ldots + \binom{n-1}{n-1} \right)$$

---

*) Der Beweis dieser einfachen Relation muss, als nicht hieher gehörig, übergangen werden; ein mit den combinatorischen Zeichen einiger Massen vertrauter Leser wird denselben ohnehin leicht selbst finden.

oder auch

$$65)\qquad 2^{n-1} \cdot (\alpha^n)_{n-1}$$

wegen

$$66)\ 1 + \frac{n-1}{1} + \ldots + \binom{n-1}{r} + \ldots + \binom{n-1}{n-1}$$

$$= (1+1)^{n-1} = 2^{n-1}$$

Setzt man endlich den erhaltenen Werth 65) in der Formel 57), als Coefficienten von $\frac{z^n}{n!}$, so kommt die Entwicklungsreihe

$$67)\ x = y + \frac{z}{1} \cdot \alpha + \frac{z^2}{2!} 2 \cdot (\alpha^2)_1 + \frac{z^3}{3!} \cdot 2^2 \cdot (\alpha^3)_2 + \ldots$$

$$\ldots + \frac{z^n}{n!} 2^{n-1} \cdot (\alpha^n)_{n-1} + \ldots$$

zum Vorscheine bei welchen man, so wie bei 57) nur zu bemerken hat, dass in α, y statt x gesetzt werden muss.

§. 10.

Nimmt man an, dass $\alpha, \beta, \gamma, \ldots. \mu, \ldots.$ in der Gleichung 48) kein x enthalten sollen, so können dieselben in der Entwicklungsreihe 53) kein y enthalten, und sind daher als beständige Grössen zu betrachten. Unter dieser Voraussetzung erhält man aus 53)

$$68)\ Fx = U + \frac{z}{1} U_1 \cdot \alpha + \frac{z^2}{2!} [U_2 \cdot \alpha^2 + 2\, U_1 \cdot \beta]$$

$$+ \frac{z^3}{3!} [U_3 \cdot \alpha_3 + 6\, U_2 \cdot \alpha\beta + 6\, U_1\ V] +$$

$$+ \ldots + \frac{z^n}{n!} [U_n \cdot \overset{n}{\underset{n}{\mathfrak{pCw}}} + n \cdot U_{n-1}\ \overset{n}{\underset{n-1}{\mathfrak{pCw}}} + \ldots$$

$$+ (n_1-1)^r \cdot U_{n-r} \cdot \overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{pwC}}} + \ldots + n!\, U_1\, \overset{n}{\underset{1}{\mathfrak{pCw}}}] + \ldots$$

Diese Formel ist das Polynomialtheorem in seiner grössten Allgemeinheit; es wird nämlich durch dieselbe jede Funktion von

$$\psi(y + \alpha z + \beta z^2 + Vz^3 + \ldots + \mu z^m + \ldots)$$

nach Potenzen von z dargestellt. Herr Prof. Ch. Fr. Kretschmar hat im ersten Hefte des von ihm herausgegebenen Magazin's für reine und angewandte Mathematik*) diesen Fall, welchen er aus der Taylor'schen Reihe, als eine Erweiterung derselben, ableitet, sehr umständlich betrachtet, obgleich die Formel 68) auch schon vorher nichts weniger als unbekannt war. Noch muss ich anführen, dass bereits Legendre**) gezeigt hat, wie aus einer Gleichung

$$x = y + z \,.\, \alpha + z^2 \,.\, \beta + z_3 \,.\, V$$

jede Funktion von x nach Potenzen von z entwickelt werden könne, was, wie man sieht, einen besonderen Fall der Reihe 53) enthält

§. 11.

Die Gleichung 26), welche der Entwicklungsreihe 30) zur Grundlage dient, bleibt, so viel umfassend sie auch ist, doch nur ein einzelner Fall, indem dabei schon eine bestimmte Form vorausgesetzt wird. Es erübriget daher noch, die Aufgabe in ihrer, für zwei veränderliche Zahlengrössen, Allgemeinheit zu nehmen, und der Entwicklung eine Gleichung zwischen x und z zu unterlegen, welche in Hinsicht ihrer Form ganz unbestimmt ist. Zu diesem Ende sei nunmehr die Gleichung

---

*) Ausser dem ersten Heft, welches in Neuwied, bei Lichtfers und Faust, im Jahre 1823 erschien, ist mir von dieser Zeitschrift nichts zu Gesichte gekommen.

**) Am o. a. O.

69) $$f(x, z) = p = o$$

gegeben, wo $f(x, z)$ oder p was immer für eine Funktion von x und z seyn mag; man sucht eine andere Funktion von x und z

$$F(x, z) = P$$

nach Potenzen von z zu entwickeln.

Hiezu ist es nach §. 2 nothwendig die Differentialqnotienten

70) $$\frac{dP}{dz}, \frac{d^2P}{dz^2}, \frac{d^3P}{dz^3}, \ldots \frac{d^nP}{dz^n}, \ldots$$

zu bestimmen, und darin, so wie auch in P, $z = o$ zu setzen, da aber in P und in den Differentialquotienten 70) noch x vorkommen wird, so muss man auch für x jenen Werth setzen, welchen es für $z = o$ hat und welchen man aus der Gleichung 69) erhält, indem sich dieselbe für $z = o$ in

71) $$f(x, o) = o$$

verwandelt.

Um nun die Differentialquotienten 70) zu finden, hat man

72) $$\frac{dP}{dz} = \frac{d_z P}{dz} + \frac{d_x P}{dx} \cdot \frac{dx}{dz},$$

oder, wenn die den Funktionen rechts unten angehängten Zahlen Differentialquotienten ausschliesslich für x anzeigen, was von nun an durchgängig der Fall seyn soll.

73) $$\frac{dP}{dz} = {}^1P + P_1 \cdot \frac{dx}{dz}.$$

Aus 69) aber erhält man durch Differentiiren für z

74) $$p_1 \cdot \frac{dx}{dz} + {}^1p = o,$$

woraus

$$75)\qquad \frac{dx}{dz} = -\frac{{}^{1}p}{p^{1}} = -{}^{1}p\ ,\ p_{1}^{-1}$$

folgt, und dieser Werth, in 73) substituirt, gibt endlich

$$76)\ \frac{dP}{dz} = {}^{1}P - P_{1}\,.\,{}^{1}p\,.\,p_{1}^{-1}$$

Ueberhaupt, wenn

$$77)\ \frac{d^{m}P}{dz^{m}} = Q$$

ist, erhält man auf gleiche Art

$$78)\ \frac{d^{m+1}P}{dz^{m+1}} = \frac{dQ}{dz} = {}^{1}Q - Q_{1}\ {}^{1}p\cdot p_{1}^{-1}$$

Diese Formel 78) enthält das Gesetz nach welchem jeder folgende Differentialquotient aus dem unmittelbar vorhergehenden abgeleitet werden kann, es ist einfach und klar, und man kann darnach so weit verfahren, als man will. In den gefundenen Differentialquotienten setze man endlich $z = o$, und für x jenen Werth, welchen die Gleichung 71) angibt, dadurch erhält man nach 11) die Coefficienten der Entwicklungsreihe 10).

§. 12.

Die Ableitung der nach einander folgenden Differentialquotienten nach 78) unterliegt zwar keiner Schwierigkeit, doch bleibt es noch zu wünschen, die Regeln zu kennen, wodurch jeder einzelne Differentialquotient unabhängig von allen übrigen dargestellt werden kann. Zur Erforschung und deutlichen Einsicht dieser Regeln ist es nothwendig, einige der ersten Differentialquotienten nach 78) wirklich zu berech-

neñ: man wird auf diese Art nach gehöriger Abkürzung der Glieder finden:

$$79)\quad \frac{dP}{dz} = {}^{1}P - p_1^{-1}\, P_1 \,.\, {}^{1}p.$$

$$\frac{d^2P}{dz^2} = {}^{2}P - p_1^{-1} (2\ {}^{1}P_1 \,.\, {}^{1}p + P_1 \,.\, {}^{2}p) +$$

$$p_1^{-2}\quad (P_2 \,.\, {}^{1}p^2 + 2P_1 \,.\, {}^{1}p_1 \,.\, {}^{1}p) - p_1^{-1}$$

$$\frac{d^3P}{dz^3} = {}^{3}P - p_1^{-1} .\ (3\ {}^{2}P_1 \,.\, {}^{1}p + 3\ {}^{1}P_1 \,.\, {}^{2}p + P_1 \,.\, {}^{3}p)$$

$$+ p_1^{-2}\ (3\ {}^{1}P_2 \,.\, {}^{1}p^2 + 3P_2 \,.\, {}^{2}p \,.\, {}^{1}p + 6\ {}^{1}P_1 \,.\, {}^{1}p_1 \,.\, {}_{1}p$$

$$+ 3P_1 \,.\, {}^{2}p_1 \,.\, {}^{2}p + 3P_1 \,.\, {}^{2}p \,.\, {}^{1}p_1) - p^{-3}\ (P_3 \,.\, {}^{1}p^3$$

$$+ 6P_2 \,.\, {}^{1}p_1 \,.\, {}^{1}p^2 + 3\ {}^{1}P_1 \,.\, p_2 \,.\, {}^{1}p^2 + 3P_1 \,.\, {}^{1}p_2 \,.\, {}^{1}p^2$$

$$+ 3P_1 \,.\, p_2 \,.\, {}^{2}p \,.\, {}^{1}p + {}^{-6}P_1 \,.\, {}^{1}p^2 \,.\, {}^{1}p) + p_1^{-4}\ (3P_2 \,.\, p_2$$

$${}^{1}p^3 + P_1 \,.\, p_3 \,.\, {}^{1}p^3 + 9P_1 \,.\, p_2 \,.\, {}^{1}p^1 \,.\, {}^{1}p^2)$$

$$- p_1^{-5} .\ 3P_1 \,.\, {}^{2}p^2 \,.\, {}^{1}p^3$$

§. 13.

Die eben angeführten drei ersten Differentialquotienten erscheinen zwar anfänglich sehr verwickelt; bey genauerer Betrachtung wird man jedoch folgende Gesetze bei denselben beobachtet finden:

1) Das erste Glied eines jeden dieser Differentialquotienten ist der eben so vielte Differentialquotient der Function ausschliesslich für z; demnach würde ${}^{n}P$ das erste Glied in $\frac{d^nP}{dz^n}$ seyn.

2) Jedes folgende Glied hat eine Potenz von p_1 mit einem ganzen, subtractiven Exponenten als Factor; eben so enthält jedes Glied einen ausschliesslichen Differentialquotienten von P für x und z als Fac-

tor; die übrigen Factoren sind aus den Differentialquotienten

80) $\quad {}_1p,\ {}^1p_1,\ {}^2p,\ p_2,\ {}^1p_2,\ {}^2p_1,\ {}^3p,\ p_3, \ldots\ldots$

genommen, jedoch so, dass auch Wiederholungen vorkommen können. Jedes Glied hat daher im Allgemeinen die Form:

81) $p_1^{-m} \cdot \overset{l}{\underset{k}{P}} \cdot {}^1p^a \cdot {}^1p_1^{\,b} \cdot {}^2p^c \cdot p_1^{\,d} \cdot {}^1p_2^{\,e} \cdot {}^2p_1^{\,f} \cdot {}^3p^g \cdot$

$$p_3^{\,h} \ldots\ldots {}^\alpha p_\alpha^{\,q} \ldots\ldots$$

3) In jedem Gliede finden zwischen den Differential- nnd Potenzexponenten, und den Differentialexponenten n von $\dfrac{d^n P}{dz^n}$, worin das Glied 81) vorkommen soll, folgende drei Gleichungen Statt:

82) $a + b + c + d + \ldots\ldots + q + \ldots = m$

83) $k + b + 2d + 2e + f + \ldots + \alpha q + \ldots = m$

84) $l + a + b + 2c + e + \ldots + \alpha q'_1 + \ldots = n,$

4) Von den Gliedern, welche in der Form 81) enthalten sind, und den Bedingungen 82) 83) 84) entsprechen, kommen, mit alleiniger Ausnahme des ersten Gliedes, diejenigen nicht vor; in welchem $k = 0$ seyn müsste.

5) Unter der eben angeführten Beschränkung sind in $\dfrac{d^n P}{dz^n}$ alle Glieder von der Form 81) enthalten, welche den Bedingungen 82) 83) 84) Genüge leisten.

6) Jedes Glied 81) hat das Vorzeichen + oder —, je nachdem der subtractive Exponent von p_1 entweder gerade oder ungerade ist.

7, Der Coefficient eines Gliedes, wie 81), ist:

$$85)\quad \frac{(m-1)!.\,n!}{(k-1)!.\,l!.\,a!.\,b!.\,(2!)^c.\,c!.\,(2!)^d.\,d!\ldots\ldots(\alpha!)^q.(\alpha!)^q.\,q!\ldots}$$

(Der Beschluss folgt.)

II.

Versuch eines einfachen Beweises für den unter dem Namen des Kräften-Parallelogramms bekannten Satz, von Adam Burg, Supplenten der Elem. Mathematik am k. k. polyt. Institute in Wien.

Wirken zwei Kräfte p und q auf einen Punct A, und werden diese der Grösse und Richtung nach durch die Linien AB und AC vorgestellt, die also unter sich einen gegebenen Winkel einschliessen; so gibt es für diese drei Bestimmungsstücke immer eine, und zwar nur eine Resultante, die in der Ebene der AB und AC, zwischen den Seitenkräften AB, AC liegt. Stellt man nun diese Resultante durch irgend eine Linie AD vor, und verbindet die Endpuncte B, C mit D, so entsteht im Allgemeinen ein ebenes Viereck, in welchem die gegebenen Seitenkräfte zwei Seiten und die zu suchende Resultante eine Diagonale bilden. Dieses Viereck muss aber nach der vorigen

Bemerkung so beschaffen seyn, dass sich aus den drei gegebenen Stücken (den zwei Seiten AB, AC und dem eingeschlossenen Winkel) die Diagonale vollkommen, sowohl der Grösse als Lage nach, bestimmen lässt, weil es sonst für die gegebenen Seitenkräfte, die unter einen bestimmten Winkel wirken, mehrere Mittelkräfte geben müsste, was absurd ist. Aus der Tetragonometrie ist aber bekannt, dass man zur Auflösung eines Viereckes überhaupt, bei welchen nämlich keine Beschränkung Statt finden soll, 5 Stüche (darunter zum wenigsten 2 Seiten) haben müsse, und dass das Viereck, wenn es durch drei Stücke, wie hier durch zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel vollkommen gegeben seyn soll, nothwendig ein Parallelogramm seyn müsse: es ist daher die Resultante der beiden Seitenkräfte p und q, sowohl der Grösse als Lage nach, durch die Diagonale AD, des mit den gegebenen Linien AB, AC und ihres eingeschlossenen Winkels, construirten Parallelogramms (des sogenannten Kräftenparallelogrammes) gegeben.

Miscellen.

1.

Isochromatische Brillen.

Die Betrachtung, dass die Lichtstrahlen uns immer nur durch die azurblaue Atmosphäre zukommen, wodurch ihre Intensität gemildert, und ihr Reiz auf die Netzhaut modificirt wird, hat auf die Idee geleitet, diese, unsere Augen in manchen Fällen, direct oder reflectirt, mit überwiegendem Glanze treffenden Lichtstrahlen dadurch auf den gewohnten Zustand zurück zu führen, dass man der, für die erwähnten Fälle zu schwachen Färbung der atmosphärischen Luft nachhilft, und, nach dem Vorgange der Natur selbst, diese Strahlen durch ein, dem Grade der Intensität der Lichtstrahlen und der individuellen Reizbarkeit des Auges gemässes stärker oder schwächer gefärbtes luftblaues Mittel durchleitet. Da nun weiter die Erfahrung bestätiget hat, dass ein blassblaues Glas zwischen das Auge und irgend einen Gegenstand gesetzt, eine natürliche, sanfte Tinte über denselben verbreitet, ohne die Farbe desselben bemerkbar zu ändern, und dem grellen, gelben Kerzen- oder Lampenlichte den Anschein des weissen Sonnenlichtes gibt; so wählte man blassblaue Gläser, als das zweckdienlichste Mittel, um diese Modification der Lichtstrahlen zu bewirken. Gelbe und rothe Gläser vermehren den schädlichen, unangenehmen Reiz, grüne Gläser verderben aber die Farbe der Gegenstände auf eine widrige Weise.

Da nun kurzsichtige oder weitsichtige Personen sich zu diesem Zwecke nicht mit planen Gläsern begnügen können, sondern biconvexer, biconcaver, oder convex-concaver Gläser bedürfen; diese aber aus farbigem G'ase verfertigt, wegen der ungleichen Dicke, am Rande oder in der Mitte dunkelfärbiger ausfallen; so hat man, um diesem Fehler auszuweichen, den farbelosen, sphärischen Gläsern, blaue Plangläser vorgesetzt, und solche wohl auch mit Chanieren zum zurück schlagen, daran befestiget. Allein selbst, wenn man dem blauen Planglase die Gestalt der Oberfläche des darunter befindliohen sphärischen Glases gibt, so ist es doeh nicht möglich, dass diese Gläser genau parallel stehen, und dadurch, so wie durch die dazwischen bleibende Luftschichte, die deutliche klare Vision, nicht etwas gestört werden sollte.

Es ist daher eine dankenswerthe Verbesserung, welche der rühmlioh bekannte königl. französische Hof-Opticus, Herr Che-

vallier, an diesen blauen Brillen angebracht hat; nämlich das blaue und farbelose Glas so zu vereinigen, dass solche ein streng gleichfarbiges, die Lichtstrahlen auch durchaus gleichförmig brechendes und vertheilendes Ganzes ausmachen; und diese Erfindung verdient den Beifall, womit solche in Frankreich, sowohl von den Gelehrten des Faches, als von dem Publicum aufgenommen worden ist, in vollem Masse.

Dergleichen zum Lesen und Schreiben bei Kerzen- und Lampenlichte für Weitsichtige, dann im starken Sonnenlichte oder reflectirtem Schneelichte, in stark erleuchteten Sälen und Theatern, für Kurzsichtige, besonders bei empfindlicheren reizbareren Augen (z. B. Staaroperirten), sehr empfehlenswerthen blauen Brillen, verfertiget vortrefflich und genau nach Herrn Chevalliers Methode, auch mit einer neueren bedentenden Verbesserung des berühmten Dr. Wollaston, für Kurzsichtige und Weitsichtige aller Grade, Herr Opticus und Mechanikus G. S. Plössl, auf der neuen Wieden, Salvatorgasse Nr. 321.

2.

Das Brom, ein neuer chemisch-einfacher Körper.

Herr Balard, Präparator der Chemie an der Facultät der Wissenschaften zu Montpellier, hat im Meerwasser eine neue Substanz entdeckt, die er für chemisch-einfach hält, und nach dem Vorschlage mehrerer Mitglieder der k. Akademie zu Paris, Brom, (von βρωμος, Geruch) nennt. Die Herren Vauquelin, Thénard und Gay-Lussac, die von der Akademie beauftragt wurden, ihre Meinung über diesen Gegenstand zu äussern, meinten zwar, man kann aus den wenigen Versuchen über die Existenz des Brom als einfachen Körper noch nicht den heut zu Tage nöthigen Grad von Gewissheit erlangen, aber man müsse sie für sehr wahrscheinlich halten.

Das Brom ist selbst noch bei 18° C. tropfbar flüssig, hat in Masse eine dunkel braunrothe, in dünnen Schichten eine hyacinthrothe Farbe. Es siedet schon bei 47°, und ist sehr flüchtig. Die Dämpfe haben die Farbe der salpetrigen Säure. Es riecht stark und wie das Chlor; sein specifisches Gewicht ist nahe an 3. Es zerstört die Farben, färbt die Haut gelb wie Jod, und löset sich in Wasser, Alkohol und Aether auf, verbindet sich mit vielen Substanzen, ist hierin kräftiger als Jod, jedoch schwächer als Chlor.

Balard lehrte das Brom auf eine zweifache Weise darzustellen.

1) Man behandelt die Mutterlauge des Meerwassers mit Chlor, destillirt sie, und verdichtet die rothen Dämpfe, welche sich im Augenblicke des Aufwallens entwickeln mittelst Kälte.

2) Mehr Brom erhält man, wenn man durch die Mutterlauge einen Strom Chlorgas leitet, Aether auf die Flüssigkeit giesst, und die Flasche, worin sie sich befindet, fast voll füllt. Schüttelt man die Flüssigkeit stark, damit sie sich mische, und lässt sie dann wieder ruhig stehen, so schwimmt der schön roth gefärbte Aether auf derselben, und die Lauge ist entfärbt, und riecht nur mehr nach Aether. Gibt man zum gefärbten Aether kaustisches Kali, und schüttelt ihn damit, so wird das Brom sich damit verbinden, es entsteht eine im Wasser lösliche Substanz, die durch Abdampfen in Würfeln erscheint. Aus diesen lässt sich das Brom für sich darstellen.

3.

Jod im Mineralwasser von Bonnigton bei Leith.

Das Bonnigtoner Mineralwasser enthält Jod. Davon überzeugte sich Prof. Jameson, indem er eine Pinte Wasser bis zur Trockenheit abdampfte, den Rest in ein oder zwei Drachmen einer verdünnten kalten Stärkauflösung gab, und einige Tropfen concentrirte Schwefelsäure zusetzte, worauf sich die charakteristische blaue Farbe auf der Stelle zeigte.

Das Jod ist in diesem Wasser mit Kali und Wasserstoff verbunden (Edinb. new. phil. Journ.).

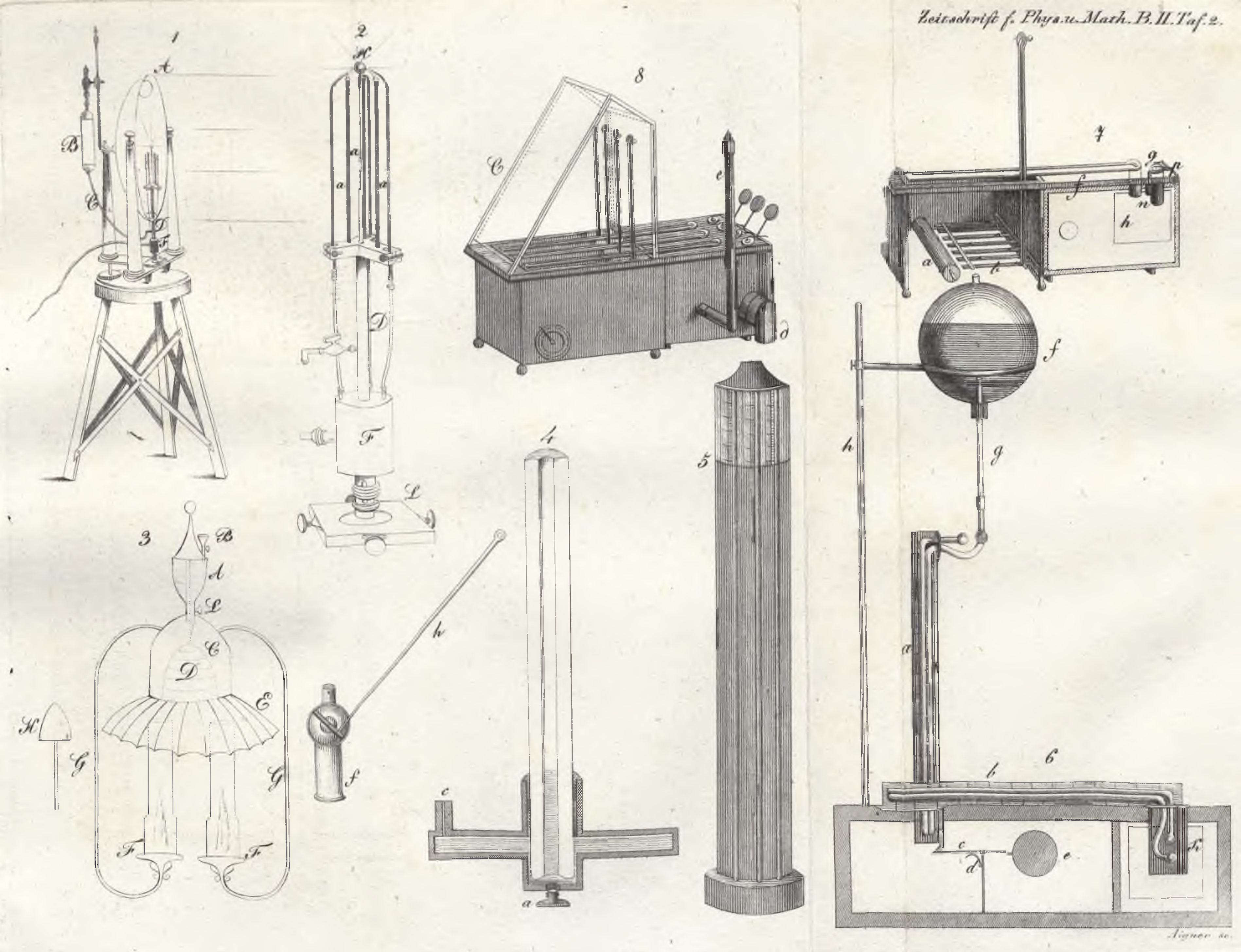
4.

Alkohol aus gährendem Brod gewonnen, von Graham.

Die Brodgährung hängt bekanntlich vom Zuckergehalte des Mehles ab. Daraus kann man den Schluss ziehen, dass die Brodgährung eine geistige Gährung sey. Die richtigste Probe für die Richtigkeit dieses Satzes ist die Gewinnung des Alkohols aus gährendem Brode. Um dieses zu leisten, wurde Mehl abgeknetet und der Gährung überlassen, bis es als Sauerteig dienen konnte. Mittelst dieses Sauerteiges wurde eine bedeutende Menge Mehl in Gährung versetzt, und als der rechte Zeitpunct eingetreten war,

zu einem Laib geformt, sorgfältig in einem Destillirapparat eingeschlossen, und durch geraume Zeit in der Backtemperatur erhalten. Als die condensirte Flüssigkeit untersucht wurde, liess sich der Alkohol durch den Geruch erkennen; durch Rectification erhielt man auch wirklich eine geringe Menge desselben, die stark genug war, um zu brennen, und Schiesspulver anzuzünden.

Der Versuch wurde oft wiederhohlt; man erhielt 0.3 bis 1 p. Cnt. des Mehles an Alkohol von obiger Stärke. Liess man die gährende Masse sich vor dem Backen säuern, so verminderte sich die Ausbeute am Alkohol schnell.


Zeitschrift f. Phys. u. Math. B. II. Taf. 2.
1
A
B
C
D
F
2
H
a
D
F
L
8
C
e
d
7
g
p
f
n
h
a
b
f
g
h
a
b
6
c
d
e
k
3
B
A
L
C
D
E
G
F
H
G
4
h
f
c
a
5
Aigner sc.

